

GIANDOMENICO
TONIOLO

APPUNTI DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI

ELEMENTI STRUTTURALI
IN ACCIAIO



MASSON ITALIA EDITORI - MILANO - 1979

0.1 - Interpretazione statistica della sicurezza

Tutte le strutture devono essere progettate e realizzate in modo da poter sopportare con "adeguata" sicurezza le azioni che si prevedono agire su di esse. La capacità portante inoltre dovrà avere una conveniente durata in modo che l'"adeguata" sicurezza permanga per l'intera vita prevista per la struttura.

Chiamando con A l'azione dei carichi esterni e con R il valore limite della resistenza, dovrà quindi risultare, per tutta la vita della struttura (v. fig. 1):

$$(1) \quad A < R$$

Non è però definibile un valore esatto né per la resistenza, né per l'azione. Dedotte da indagini, prove, misurazioni ed interpretazioni, dette grandezze possono essere quantificate solo in modo approssimato, con un certo grado di incertezza. La (1) pertanto non può essere applicata direttamente.

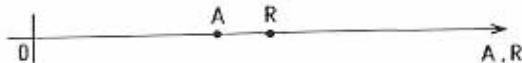


fig. 1

Secondo la concezione tradizionale, le incertezze venivano compensate imponendo che la resistenza fosse "sufficientemente" maggiore dell'azione. Più precisamente, indicando con $\gamma = R/A$ il "coefficiente di sicurezza", per la "verifica" si poneva:

$$(2) \quad \gamma = R/A > \bar{\gamma} (> 1)$$

dove $\bar{\gamma}$ era un prefissato valore indicato dalle norme. In particolare veniva indicata con $\bar{R} = R/\bar{\gamma}$ la "sollecitazione ammissibile", e la (2) si modificava in:

$$(3) \quad A < \bar{R}$$

Il metodo delle sollecitazioni ammissibili trattava dunque ancora le grandezze in gioco come deterministiche e compensava le incertezze di valutazione tramite un "coefficiente di sicurezza" forfaitario e necessariamente abbondante.

I principali difetti di tale metodo, che pure per tanti anni è stato soddisfacentemente applicato, sono: l'impossibilità di quantificare la sicurezza e cioè di definire la probabilità che la (3) sia effettivamente soddisfatta; l'impossibilità di differenziare le incertezze dei diversi fattori che influenzano la sicurezza con la conseguenza di penalizzare anche i fattori meno incerti con la misura richiesta dai più incerti; la pericolosa "tentazione" di interpretare per "buoni" (e cioè per esatti) i valori delle grandezze in gioco e di considerare di conseguenza il coefficiente γ quale effettiva misura della sicurezza, non già quale necessario penalizzatore dovuto a reali possibili "difformità" strutturali.

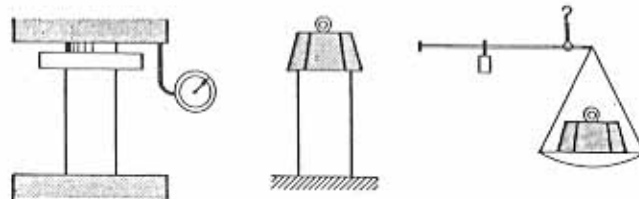


fig. 2

(b)

(a)

(c)

Per stabilire in modo rigoroso la misura della sicurezza bisogna interpretare l'azione A e la resistenza R come variabili aleatorie. Si consideri l'elementare esempio di fig. 2 che prevede quale "struttura" un semplice prisma chiamato a sorreggere un carico (forza) verti-

cale. La situazione di fig. 2a è dunque la struttura "in esercizio" della quale verranno realizzati molteplici esemplari. Per la "verifica" si esegue da un lato la misura sperimentale della resistenza (p. e. tramite la pressa di fig. 2b), dall'altro la misura dell'azione (p. e. del peso di fig. 2c).

Ripetute per diversi esemplari, le misure manifestano una dispersione di risultati che va interpretata statisticamente. Si costruisce così un istogramma della densità di frequenza del tipo di quello di fig. 3 e, per poter condurre successivamente delle elaborazioni analitiche, si schematizza l'istogramma con un modello matematico costituito da una curva continua (curva della densità di frequenza).

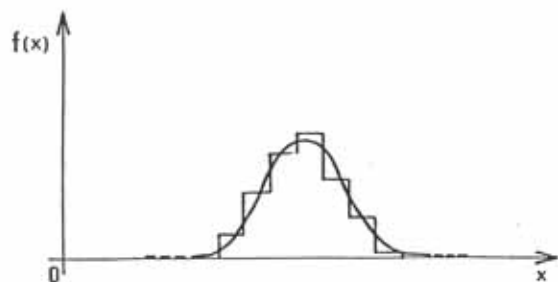


fig. 3

Se il numero delle prove è sufficientemente elevato e le modalità di esecuzione e di esercizio sono le stesse che per le "strutture" sperimentate, la stessa curva di fig. 3 può essere assunta quale densità di probabilità relativa alle "strutture" non sperimentate. Con ciò si può istituire un calcolo per la misurazione della sicurezza in termini di probabilità, tenendo presente che il modello matematico assunto ha delle approssimazioni quale quella di fornire, anche per valori molto lontani da quello medio, delle probabilità teoriche non nulle.

Si possono istituire tre metodi di diverso livello per effettuare la misura della probabilità di rovina e cioè della probabilità che l'azione risulti superiore alla resistenza.

Secondo il metodo esatto si deve costruire la "statistica" del rapporto $\gamma = r/a$, intendendo con r ed a i valori sortiti per la resistenza e per l'azione dalle varie singole coppie di prove (v. fig. 4). La

probabilità di rovina,

$$(4) P_r = P\{\gamma < 1\} = \int_{-\infty}^{+1} f(\gamma) d\gamma = F_\gamma(1)$$

è rappresentata in questo caso dalla porzione tratteggiata dell'area coperta dalla curva della densità di probabilità della variabile aleatoria γ . $F_\gamma(x)$ è la sua funzione di distribuzione che rappresenta appunto la probabilità che sia $\gamma < x$.

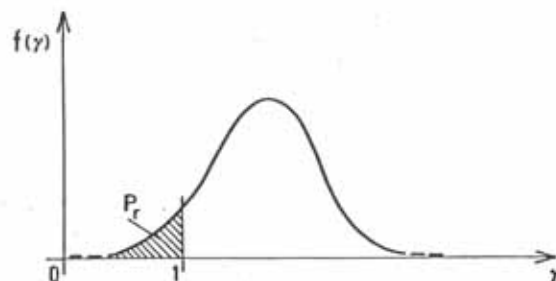


fig. 4

Secondo il metodo dei funzionali estremi si ipotizza l'indipendenza reciproca delle due variabili aleatorie r ed a ; si costruiscono quindi le due "statistiche" $f(r) = f_r$ ed $f(a) = f_a$ (v. fig. 5), dalle quali si deduce la probabilità di rovina

$$(5) P_r = P\{a > r\} = \int_{-\infty}^{+\infty} F_r(x) f_a(x) dx$$

dove

$$F_r(x) = \int_{-\infty}^x f_r(x) dx$$

è la funzione di distribuzione della variabile aleatoria r .

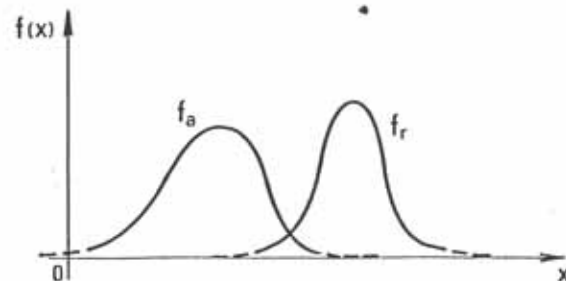


fig. 5

Secondo il metodo dei valori estremi si ipotizza ancora l'indipendenza reciproca delle variabili aleatorie r ed a ; sulla base delle rispettive "statistiche" si definiscono due valori "caratteristici", uno A_k per l'azione, uno R_k per la resistenza, tali da corrispondere ad una prefissata probabilità \bar{P} di non essere superati rispettivamente in eccesso ed in difetto dalle corrispondenti variabili aleatorie. Per la verifica dovrà risultare (v. fig. 6):

$$(6) \quad A_k < R_k$$

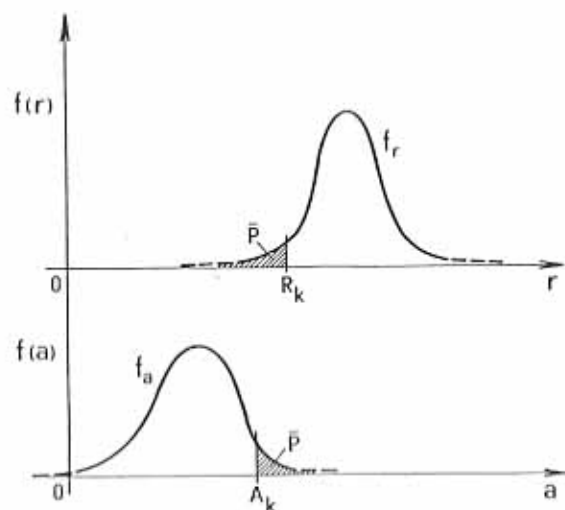


fig. 6

Non viene espressamente definita in quest'ultimo caso la misura delle probabilità di rovina.

Il discorso condotto fin qui con riferimento alla struttura elementare di fig. 2 non può essere direttamente applicato alle reali strutture. Queste infatti non vengono sperimentate in sito; di esse vengono provati i materiali elementari da un lato e vengono previsti i carichi in base a indagini su situazioni analoghe dall'altro. I risultati sperimentali passano attraverso un complesso cammino di interpretazioni e di calcoli prima di giungere alla definizione di una capacità resistente

che sia omogenea, e cioè comparabile, con una azione dei carichi dedotta in modo altrettanto complesso. Le caratteristiche probabilistiche dedotte dalle prove elementari si alterano notevolmente durante il cammino, mentre nuove fonti di errore intervengono. Per questo i criteri statistici vanno opportunamente adeguati.

Allo stato attuale la ricerca sulle alterazioni delle caratteristiche probabilistiche al passaggio dai materiali elementari al reale complesso strutturale è ai suoi primi passi. Così può dirsi della ricerca sugli errori di esecuzione delle opere e sulla loro influenza in termini di capacità resistente. Anche le indagini sui carichi sono largamente incomplete ed insufficienti ai fini delle corrette interpretazioni statistiche.

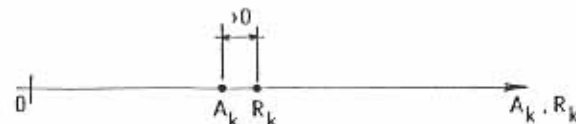
In questa situazione ci si deve necessariamente accontentare di un metodo semiprobabilistico che in sostanza coincide con quello dei valori estremi a meno dell'introduzione di un ulteriore margine di sicurezza. Dai valori caratteristici dell'azione e della resistenza si passa cioè ad un coefficiente di sicurezza

$$(7) \quad \gamma = R_k/A_k > \bar{\gamma} (>1)$$

che va appunto confrontato al valore $\bar{\gamma}$ prefissato dalle norme (v. fig. 7).

La (7) ha ancora (parzialmente) il carattere di una verifica di tipo deterministico, in quanto il valore limite $\bar{\gamma}$ del coefficiente di sicurezza non rappresenta una precisa misura di probabilità. Per affinare la verifica si può però scomporre $\bar{\gamma}$ assegnando valori diversi a seconda del grado di incertezza dei fattori di resistenza o di carico associati.

fig. 7



Le norme attuali prevedono l'introduzione dei coefficienti γ_m e γ_f (≥ 1) rispettivamente per la resistenza dei materiali e per le azioni, più un ulteriore coefficiente γ_0 (≥ 1) a compenso di altre eventuali cause di incertezza.

Ponendo nella (7) $\bar{\gamma} = \gamma_m \gamma_f \gamma_0$, si ha

$$(8) \frac{R_k / \gamma_m}{A_k \gamma_F} = \frac{R_d}{A_d} > \gamma_0$$

Con $R_d = R_k / \gamma_m (< R_k)$ si intende la resistenza di calcolo che tiene conto della approssimativa corrispondenza tra il materiale dei provini sperimentati e quello effettivamente realizzato nella costruzione. Con $A_d = A_k \gamma_F (> A_k)$ si intende l'azione di calcolo che tiene conto della approssimativa corrispondenza tra le azioni misurate con le preventive indagini e quelle che effettivamente si verificheranno sulla costruzione. Attraverso γ_0 si coprono infine le ulteriori incertezze dovute soprattutto alle interpretazioni teoriche necessarie per condurre l'analisi del complesso strutturale.

Se la resistenza fosse influenzata da un unico fattore e l'azione anche, la (8) permetterebbe soltanto di definire il coefficiente di sicurezza

globale $\bar{\gamma} = \gamma_m \gamma_F \gamma_0$ caso per caso in base al tipo di materiale e di azione. La (8) invece va intesa più in generale nel senso che ognuno dei molteplici fattori correlati alla resistenza va ridotto con il suo particolare γ_{mi} , ed ognuno dei molteplici fattori correlati all'azione va aumentato con il suo particolare γ_{fi} . Fatto questo, attraverso l'analisi del complesso strutturale, i diversi fattori vengono "sintetizzati" nelle grandezze di calcolo R_d ed A_d da confrontarsi tramite la (8). E' possibile cioè "ponderare" l'incertezza di ogni singolo fattore.

Da notare che le grandezze di calcolo A_d ed R_d non rappresentano lo stato "più probabile" della struttura, ma uno stato limite caratterizzato da una sufficientemente piccola probabilità teorica di essere "superato" durante la vita della struttura.

Più in generale, a seconda dei diversi fini del calcolo, l'analisi della struttura può mirare alla definizione di tre diversi stati:

- lo stato più probabile, che parte dai valori più probabili delle grandezze (p.e. i valori medi delle forme normali - o Gaussiane - delle densità di probabilità), al fine per esempio di giudicare sul comportamento delle strutture durante le prove di carico, e comunque per verifiche in sito;
- lo stato limite di esercizio, che parte dai valori caratteristici delle grandezze, al fine delle verifiche che non implicano direttamente

la sicurezza contro la rovina, come quelle della fessurazione, della durabilità, delle deformazioni e delle vibrazioni;

- lo stato limite ultimo, che parte dai valori di calcolo, al fine delle verifiche della sicurezza contro la rovina.

0.2 - Metodi di verifica

Con riferimento ai classici tipi di strutture costituite da elementi allungati (travi e pilastri), vi sono tre diversi metodi per la verifica della sicurezza. Questi metodi si differenziano in base alla diversa "localizzazione" del confronto fra la resistenza e l'azione di calcolo.

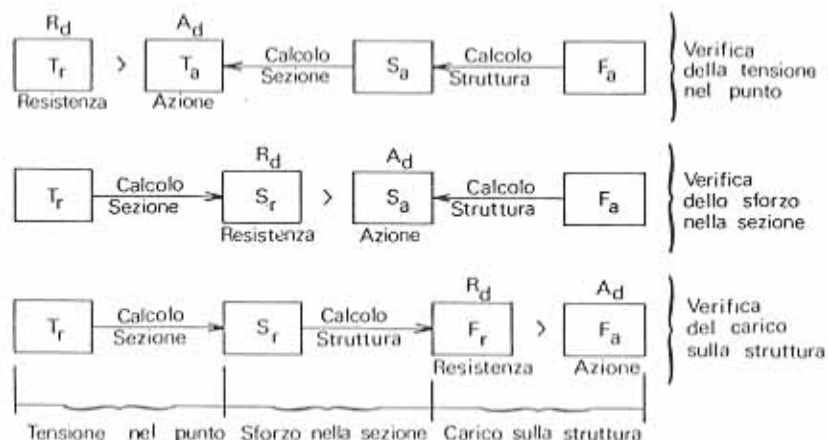


fig. 8

In generale, salvo particolari tipi di strutture e di materiali, i tre metodi non sono equipollenti. In fig. 8 è riportato uno schema sinottico dei procedimenti di calcolo. Con F_a si intendono i carichi agenti sulla struttura (forze, coazioni, distorsioni, ...); con S_a si intendono gli effetti dei carichi in termini di sforzi trasmessi attraverso le sezioni lungo gli elementi (forza assiale, tagli, momento torcente e momenti flettenti); con T_a si intendono gli effetti dei carichi in termini di tensioni nel punto (tensioni normali e tangenziali). Viceversa con T_r si intende la tensione resistente, il valore limite cioè dedotto dal-

le prove; con S_r si intende lo sforzo resistente, lo stato limite cioè della sezione; con F_r si intende il carico resistente (ovvero capacità portante o portanza), il carico cioè che porta la struttura o una sua parte al limite della rovina.

Il primo metodo prevede la verifica della tensione nel punto. Si tratta cioè, a partire dai carichi agenti, di "risolvere" la struttura definendo la distribuzione degli sforzi lungo i suoi elementi. Successivamente, sezione per sezione, si calcola, in base allo sforzo, la distribuzione delle tensioni. In base al valore della tensione nei punti più sollecitati si esegue infine il confronto con la tensione resistente.

Da notare che lo stato di tensione agente nel punto è in genere una grandezza tensoriale espressa da diverse componenti scalari (p.e. $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$). La tensione resistente deriva invece da una prova monoassiale ed è di conseguenza una grandezza scalare (p.e. σ_x). Per operare il confronto perciò si deve dedurre, dallo stato di tensione agente nel punto, una tensione ideale (v. fig. 9) omogenea con quella resistente (scalare). La tensione ideale di confronto risulta equipollente, nei riguardi della resistenza, allo stato di tensione agente, secondo un'opportuna ipotesi di plasticizzazione (o di rottura) del materiale. Le diverse ipotesi di plasticizzazione sono state elaborate per i diversi materiali attraverso indagini sperimentali e successive interpretazioni teoriche.

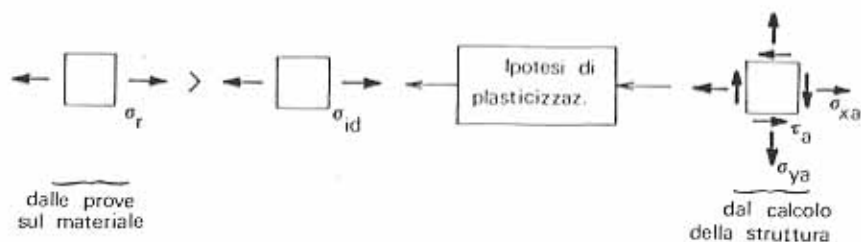


fig. 9

In generale il raggiungimento delle massime capacità tensionali in un punto di una sezione non porta la sezione stessa al limite della sua resistenza. Lo sforzo può ancora aumentare. La verifica della tensione nel punto è pertanto in una certa misura "conservativa" e cioè a favore della stabilità.

Il secondo metodo prevede da un lato, a partire dai carichi agenti, la risoluzione della struttura fino alla definizione degli sforzi; dall'altro, a partire dalla resistenza dei materiali, la deduzione dello sforzo resistente delle sezioni. Sezione per sezione si esegue infine il confronto tra lo sforzo agente e quello resistente.

Da notare che la definizione di stato limite ultimo di una sezione in termini di sforzo viene condotta anch'essa attraverso delle ipotesi di plasticizzazione (o di rottura) della sezione, basate soprattutto sui limiti di deformabilità dei materiali.

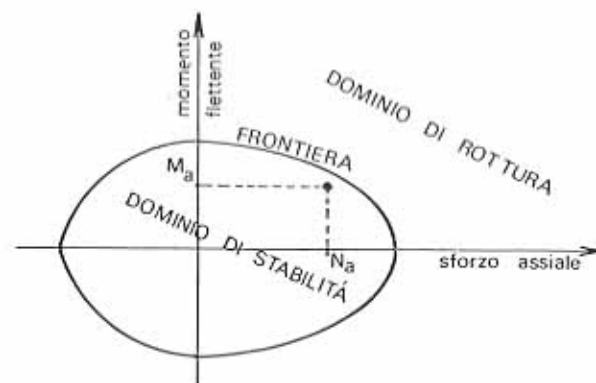


fig. 10

Anche lo sforzo è una grandezza con diverse componenti scalari. Il confronto pertanto va condotto definendo, negli spazi coordinati delle diverse componenti, le frontiere di plasticizzazione (o di rottura) che separano il dominio di plasticizzazione (o di rottura) dal dominio di stabilità. Per la verifica, il punto corrispondente alle coordinate definite dalle componenti dello sforzo agente deve risultare interno alla frontiera sopraddetta (v. fig. 10). Quest'ultima è il luogo dei punti corrispondenti agli sforzi resistenti della sezione. Se lo sforzo ha una sola componenti (p. e. solo sforzo assiale) la frontiera degenera in un punto ed il confronto si opera fra scalari; se ne ha due (p. e. pressoflessione retta) la frontiera è una curva ed il confronto viene operato nel piano, come indicato in fig. 10; se ne ha tre (p.e. pressoflessione deviata) la frontiera è una superficie ed il confronto viene operato nel spazio a tre dimensioni.

In generale il raggiungimento delle massime capacità di sforzo in una sezione di un elemento della struttura non porta la struttura stessa al limite della sua resistenza. I carichi possono ancora aumentare. Anche la verifica dello sforzo nella sezione è pertanto in una certa misura "conservativa" e cioè a favore della stabilità.

La verifica più precisa risiede nel terzo metodo che peraltro, allo stato attuale, presenta in genere notevoli difficoltà di calcolo. Si tratta di dedurre, dalle capacità resistenti del materiale, quelle delle sezioni e da queste la portanza della struttura in termini di un carico "omogeneo" con quello agente. A questo punto si effettua il confronto fra le "intensità" (scalari) del carico resistente e di quello agente. La definizione di stato limite ultimo della struttura in termini di carico dipende dal tipo di rovina. Questa può derivare da:

- 1 - perdita di equilibrio come corpo rigido;
- 2 - rottura localizzata per azioni statiche;
- 3 - collasso per trasformazione in meccanismo;
- 4 - collasso per instabilità;
- 5 - rottura localizzata per fatica;
- 6 - altri dissesti geometrici incompatibili con l'esercizio della struttura;
- 7 - degradazione fisica o chimica incompatibile con l'esercizio della struttura.

Senza le interpretazioni semiprobabilistiche delle grandezze, i tre metodi sono stati impiegati in passato sotto i nomi rispettivamente di metodo delle tensioni ammissibili, calcolo a rottura delle sezioni, calcolo a collasso della struttura (p. e. "delle cerniere plastiche"). La differenza fondamentale sta nel fatto che la valutazione degli effetti dei carichi veniva condotta per i "valori massimi di esercizio" dei carichi stessi, e la resistenza veniva dedotta dai materiali attraverso non meglio definiti "valori minimi" (solo ultimamente sostituiti da quelli caratteristici), mentre le incertezze erano scontate solo in fase finale di confronto tramite un unico coefficiente globale di sicurezza.

Siccome i legami tra tensioni, sforzi e carichi, schematizzati in fig.8, non sono in genere lineari (soprattutto verso le situazioni limiti di rottura), e cioè gli effetti non crescono proporzionalmente ai carichi né le capacità portanti alla resistenza dei materiali, il coefficiente

di sicurezza globale finale non corrisponde all'effettivo rapporto tra il valore limite ultimo ed il valore di "esercizio" dei carichi stessi.

Si deve invece penalizzare la resistenza dei materiali ed adeguare il valore dei carichi singolarmente e prima dell'analisi della struttura. Con ciò si rispettano le caratteristiche probabilistiche delle singole grandezze in gioco, ma si porta nel contempo la struttura in situazioni "estreme" per le quali l'analisi diventa spesso notevolmente complessa. Allo stato attuale l'analisi rigorosa condotta fuori dal campo elastico non sempre è fattibile, per cui l'introduzione dei metodi semiprobabilistici agli stati limite procede gradualmente, con certi adattamenti semplificativi iniziali che verranno via via superati man mano che le conoscenze si affineranno.

0.3 - Modello di calcolo

I vari percorsi del calcolo previsti in fig. 8 vengono condotti analiticamente su di un modello di calcolo che interpreta in modo idealizzato, e pertanto con un certo grado di approssimazione, il reale assetto strutturale. Il modello di calcolo è costituito da:

- 1 - leggi costitutive dei materiali, espresse in termini di tensioni e di dilatazioni nel punto (p. e. diagramma σ - ϵ);
- 2 - ipotesi geometriche riferite alle sezioni e alla struttura (p. e. quella di Bornoulli che sotto carico le sezioni traslano e ruotano rimanendo piane);
- 3 - definizioni di stato limite (p. e. con le ipotesi di plasticizzazione e di rottura del materiale e della sezione e con le cause di rovina della struttura);
- 4 - schema statico della struttura, grafico "quotato" cioè che rappresenta l'assetto strutturale con elementi, nodi, carichi e loro connessioni.

L'affidabilità del modello dipende dal grado di corrispondenza fra il suo comportamento e quello reale della struttura. "rilevabile" in sito. In genere l'affidabilità si migliora con il crescere della complessità del modello, e di conseguenza con l'appesantimento dell'onere di calco

lo. Essa dipende anche da certe situazioni strutturali, per esempio isostaticità o iperstaticità, che chiamano o no in gioco certe eventuali ipotesi semplificative.

Come s'è detto, le incertezze derivanti dal grado di affidabilità del modello di calcolo vengono compensate da un coefficiente di sicurezza "finale" γ_0 . Sarebbe opportuno che il valore fissato dalle norme per tale coefficiente variasse con il grado di "semplificazione" introdotto, grado che può risultare molto diverso caso per caso.

Tramite il modello di calcolo si percorrono dunque i legami dello schema di fig. 8 che sono di due categorie:

- 1 - legame sforzi-carichi, percorso verso sinistra e cioè dai carichi agenti agli sforzi prodotti, o verso destra e cioè dallo sforzo resistente alla capacità portante;
- 2 - legame tensioni-sforzi, percorso verso destra e cioè dalla tensione resistente al corrispondente valore limite dello sforzo, o verso sinistra e cioè dallo sforzo agente alla tensione prodotta.

Percorsi verso sinistra, il legame carichi-sforzi è lineare se:

- la struttura è isostatica, per cui bastano le equazioni cardinali della statica;
- la struttura è iperstatica, ma il materiale è perfettamente elastico e gli spostamenti trascurabili (o influenti);

il legame sforzi-tensioni è lineare se:

- la situazione della sezione è "isostatica", e cioè tale da non risentire della legge costitutiva del materiale (p.e. forza assiale centrata su sezione omogenea di un solido allungato);
- la situazione della sezione è "iperstatica", ma il materiale è perfettamente elastico.

Percorsi verso destra i legami sopra citati sono lineari sotto le stesse ipotesi, sempre che il limite elastico del materiale coincida con il limite di rottura (perfetta fragilità).

Per situazioni iperstatiche l'analisi della struttura e della sezione dipende quindi dalla legge costitutiva del materiale. Questa è di norma dedotta dalla misurazione di forze e deformazioni su prove a trazione o

compressione. I risultati vengono tradotti in diagrammi σ - ϵ . In fig. 11 sono riportati alcuni tipi caratteristici di tali diagrammi.

Il diagramma di fig. 11a è caratteristico di un materiale elastico con rottura fragile (p.e. il vetro); quello di fig. 11b è caratteristico di un materiale elastico con rottura duttile (p.e. con buona approssimazione l'acciaio); quello di fig. 11c è caratteristico di un materiale elastoplastico con rottura fragile (p.e. il calcestruzzo a trazione); quello di fig. 11d è caratteristico di un materiale elastoplastico con rottura duttile (p.e. il calcestruzzo a compressione, anche se la sua "duttilità" è assai limitata).

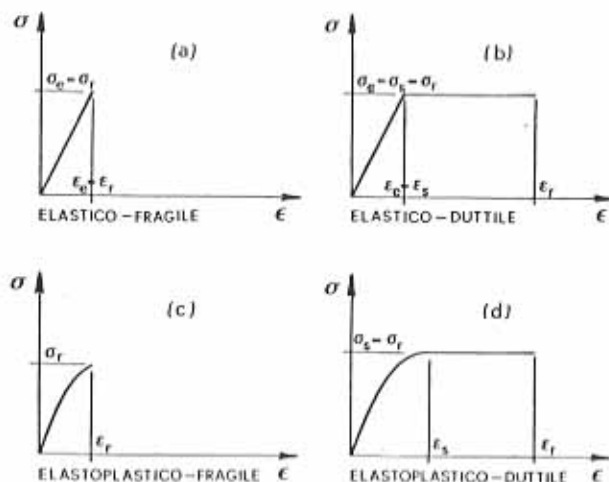


fig. 11

L'elastoplasticità rende, per situazioni iperstatiche, non lineari i legami dello schema di fig. 8. La fragilità fa coincidere gli stati ultimi di rottura calcolati sulla tensione nel punto, sullo sforzo nella sezione o sul carico della struttura. Affinchè però anche i coefficienti di sicurezza calcolati come rapporto fra tensioni, fra sforzi o fra carichi coincidano, è necessaria in più la linearità.

In generale il diagramma σ - ϵ appare come indicato in fig. 12a. Esso è costituito da un tratto 0-1 elastico fino al limite di elasticità (o "di proporzionalità"); da un tratto 1-2 elastoplastico fino al limite di

snervamento, da un tratto 2-4 plastico fino al limite di rottura. Ai fini della verifica dello stato limite ultimo della struttura viene introdotto il limite convenzionale di rottura (punto 3 del diagramma) a rispetto del sesto tipo di rovina (deformazioni irreversibili di entità tale da risultare incompatibili con l'esercizio della costruzione).

Per alcuni materiali, come l'acciaio incrudito, il periodo plastico 2-4 risulta sostituito da un tratto nuovamente lineare a pendenza minore.

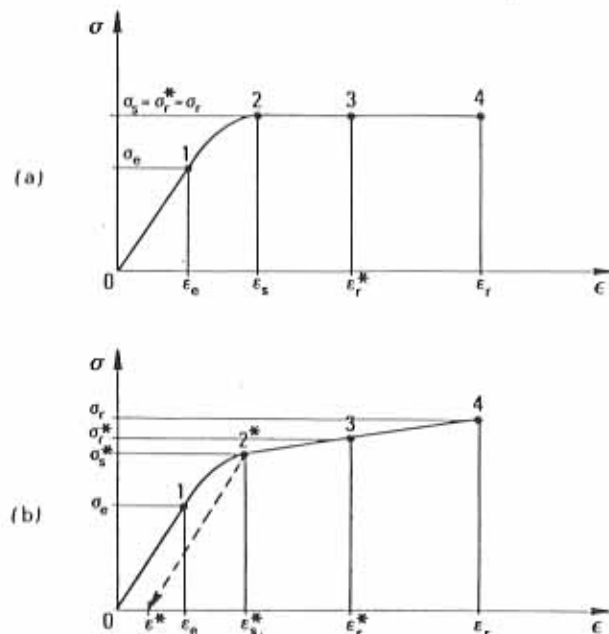


fig. 12

Occorre infine proporre alcune particolari considerazioni circa lo schema statico della struttura. Ogni lavorazione ha le sue tolleranze di esecuzione (o di "produzione") che rappresentano il campo di variabilità delle caratteristiche attorno ai valori nominali indicati in progetto. Delle tolleranze meccaniche, che si riferiscono alla imperfetta uniformità dei materiali sulla struttura e al grado di corrispondenza con quelli delle prove, si tiene conto attraverso il già citato coefficiente

χ_m . Delle tolleranze geometriche, quando rilevanti ai fini della sicurezza, si deve tener conto nel "grafico quotato" dello schema statico. Con riferimento alle strutture delle costruzioni civili, le tolleranze geometriche possono essere: di tracciamento, di posizionamento, di verticalità, di lunghezza, di rettilineità, di planarità. Per tener conto di esse le misure nominali vanno corrette, sullo schema statico, nel senso più sfavorevole e nella misura corrispondente alle tolleranze stesse.

0.4 - Applicazione del metodo semiprobabilistico

Le azioni da considerare nelle verifiche derivano dai seguenti fattori di carico:

- 1 - forze: carichi permanenti G (peso proprio G_1 , sovraccarichi permanenti G_2), carichi variabili Q (carichi di servizio, neve, vento, sismi - quando simulati con il metodo statico-, spinta delle terre, forze dinamiche, ...)
- 2 - deformazioni impresse: coazioni apposite P (p.e. la pretensione), distorsioni permanenti G_E (p.e. il ritiro), distorsioni variabili Q_E (p.e. le variazioni termiche), cedimenti di vincolo, sismi - quando simulati con il metodo dinamico-, ...;
- 3 - agenti aggressivi di carattere fisico e chimico (umidità, gelo, sal-sedine, fumi, ...).

I carichi vanno rappresentati attraverso i valori caratteristici in base ai già discussi criteri probabilistici. In particolare quelli permanenti hanno due valori caratteristici, uno massimo G_k e uno minimo G_k , il secondo da utilizzarsi quando il carico gioca a favore della stabilità.

I carichi variabili hanno ovviamente come valore minimo lo zero.

In pratica però adeguate indagini si sono svolte solo sui carichi permanenti (pesi dei materiali e dei prodotti) e si sono riscontrate variabilità statistiche assai modeste tanto da poterli trattare, senza sensibile errore, come deterministici. Per i carichi accidentali, in mancanza di meglio, vengono assunti come caratteristici Q_k i valori nominali riportati sulle apposite norme ("ipotesi di carico sulle costruzioni").

Nel calcolo si deve cercare la combinazione più sfavorevole dei carichi e si può tener conto della probabilità ridotta di intervento simultaneo di più carichi. Le norme prevedono per la verifica degli stati ultimi, le seguenti combinazioni:

$$1 - \gamma_{g1} G_1 + \gamma_{g2} G_2 + \gamma_q Q_{1k}$$

$$2 - \gamma_{g1} G_1 + \gamma_{g2} G_2 + \gamma_q (\psi_1 Q_{1k} + \psi_2 Q_{2k} + \psi_3 Q_{3k} + \dots)$$

dove Q_{1k} è il più gravoso carico variabile, Q_{2k} , Q_{3k} , ... sono gli altri carichi di diversa origine che contribuiscono ad aggravare l'azione. I coefficienti γ_g e γ_q sono quelli γ_r già citati. I coefficienti ψ_i stanno a rappresentare la ridotta probabilità della contemporaneità dei carichi.

A titolo indicativo, visto che le varie normative nazionali ed internazionali non hanno ancora raggiunto sul tema un definitivo accordo, si riportano per questi coefficienti i seguenti valori:

$$\gamma_{g1} \begin{cases} \text{min.} & 0,90 \\ \text{max.} & 1,35 \end{cases}$$

$$\gamma_{g2} \begin{cases} \text{min.} & 0,90 \\ \text{max.} & 1,50 \end{cases}$$

$$\gamma_q \begin{cases} \text{min.} & 0,00 \\ \text{max.} & 1,50 \end{cases}$$

$$\psi_1 = 0,9 \quad \psi_2 = 0,8 \quad \psi_3 = \psi_4 = \dots = 0,7$$

Le combinazioni sopra riportate sono quelle fondamentali. Sono previste altre combinazioni per lo stato limite ultimo sotto carichi eccezionali (uragani, urti, esplosioni, sismi, ...) e per gli stati limite di esercizio. Per queste situazioni si accetta un diverso livello di rischio e pertanto anche un diverso grado di probabilità della contemporaneità dei carichi variabili, che entrano nelle combinazioni con dei valori frequenti $\psi_1 Q_k$ o con dei valori quasi permanenti $\psi_2 Q_k$ a seconda dei fini del-

la verifica. A titolo esemplificativo si riportano i seguenti valori:

<u>carichi di servizio</u>	ψ_1	ψ_2
- locali d'abitazione	0,7	0,4
- locali pubblici	0,8	0,4
- locali con affollamento	0,9	0,4
- autorimesse	0,7	0,6
<u>neve</u>	0,2	0,0
<u>vento</u>	0,3	0,0

Tali valori rappresentano la frazione dei carichi aventi come minimo una prefissata durata media in termini di giorni all'anno (per esempio almeno 30 giorni all'anno per i quasi permanenti).

I coefficienti γ_r , ψ e ψ qui sopra trattati vanno a rigore applicati sui carichi e cioè all'origine dei percorsi che, in fig. 8, servono alla determinazione dell'azione. Se i legami sono lineari, essi possono essere trasferiti e valte, sugli effetti calcolati in termini di sforzo o di tensione, senza che i rapporti della verifica risultino alterati. Ciò semplifica in genere l'analisi, in quanto permette di risolvere la struttura per le singole unità di carico e, sfruttando la proporzionalità e la sovrapponibilità degli effetti, ricercare la combinazione più gravosa con delle semplici "somme ponderate".

Se i legami di fig. 8 non sono lineari, per la ricerca della combinazione più gravosa si devono provare le singole possibili situazioni complessive di carico, con le diverse unità coesistenti già corrette tramite i rispettivi coefficienti, e ripetere ogni volta da capo l'analisi della struttura. Ciò vale anche per il percorso "verso destra" relativo alla verifica del carico ultimo della struttura, in quanto la definizione della portanza prende avvio da una situazione che rispetta i rapporti fra le diverse unità di carico esistenti come "azione" sulla struttura.

In genere tale procedimento presenta, allo stato attuale, notevoli oneri di calcolo, tanto che in pratica si ammette, "in prima approssimazione", di applicare i coefficienti γ_r agli effetti dei carichi anche per legami non lineari. Così facendo si potrà, con calcoli lineari eventualmente

corretti "a criterio", trovare la combinazione più gravosa dei carichi e solo su questa eseguire l'analisi non lineare voluta dalla verifica rigorosa. Da notare che le attuali norme sono tutte orientate a proporre in modo preferenziale la verifica dello sforzo nella sezione (secondo metodo di fig. 8). Per tale verifica infatti abbondano di dettagliate prescrizioni. Le combinazioni prima riportate in questo caso andranno riscritte in termini di sforzo S .

Sotto l'ottica della verifica dello sforzo nella sezione, l'analisi lineare approssimata della struttura (iperstatica) può anche essere accettata come definitiva, sempre che sia soddisfatta la condizione di duttilità delle sezioni critiche. La giustificazione di tale procedimento sta in quanto segue. Con il calcolo elastico si perviene ad una distribuzione equilibrata di sforzi, ma non congruente rispetto alla reale elasto-plasticità del materiale. Se per tale distribuzione di sforzi le verifiche risultano soddisfatte, vuol dire che la struttura può trovare di fatto una situazione equilibrata attraverso più o meno sensibili "adattamenti" plastici delle sezioni più sollecitate. Bisogna però che una rottura precoce (di tipo fragile) non impedisca detti adattamenti plastici. Tale condizione viene verificata imponendo un grado di duttilità sufficientemente elevato, intendendo per tale il rapporto tra la deformazione al limite di rottura e quella al limite di snervamento del materiale. Una ormai lunga esperienza applicativa conferma l'applicabilità di tale procedimento.

Per quanto riguarda la resistenza dei materiali, i risultati delle prove evidenziano delle distribuzioni statistiche con buona approssimazione rappresentabili in forme normali (o Gaussiane).

Chiamando con t_{ri} l' i -esimo risultato delle prove in termini di tensione e con n il numero (sufficientemente grande) delle prove stesse, il valor medio della resistenza è definito da:

$$T_{rm} = \frac{\sum_{i=1}^n t_{ri}}{n};$$

lo scarto quadratico medio è definito da:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_{ri} - T_{rm})^2}{n-1}};$$

la resistenza caratteristica, definita come valore che ha probabilità \bar{P} di essere superato in difetto, vale

$$T_{rk} = T_{rm} - k\sigma$$

dove, per $\bar{P} = 0,05$ (=5%), si ha $k = 1,645$.

I valori dei coefficienti γ_m , che servono per ottenere la resistenza di calcolo ($T_{rd} = T_{rk} / \gamma_m$), dipendono dal tipo di materiale e dalla tecnologia d'impiego. A titolo indicativo si riportano i seguenti valori:

- acciaio

laminati per costruzioni metalliche	$\gamma_a = 1,05$
barre per c.a. controllate in stabilimento	$\gamma_a = 1,15$
barre per c.a. non controllare	$\gamma_a = 1,32$

- calcestruzzo

per opere tradizionali	$\gamma_c = 1,50$
prefabbricati in stabilimento	$\gamma_c = 1,40$

Da notare che, con riferimento ai materiali da cemento armato ($\gamma_m = 1,15$; $1,50$), con $\gamma_f = 1,35$; $1,50$ e $\gamma_o = 1$, si otterrebbe un coefficiente di sicurezza (globale) variabile entro i limiti

$$\gamma = \gamma_m \gamma_f \gamma_o = 1,55 \div 2,25$$

mentre le vecchie norme prescrivono invariabilmente, per la verifica (deterministica) a rottura, $\gamma = 1,75$.

Per le costruzioni in acciaio, in cui il peso proprio è piccolo rispetto ai sovraccarichi ($\gamma_m = 1,05$, $\gamma_f = 1,50$, $\gamma_o = 1$), si otterrebbe:

$$\gamma = \gamma_m \gamma_f \gamma_o = 1,57$$

mentre le vecchie norme parlano di $\gamma = 1,50$.

Il confronto comunque non è preciso in quanto sono cambiati nel tempo vari altri riferimenti che influenzano le verifiche.

0.5 - Altri aspetti della sicurezza

Il discorso fin qui sviluppato si riferisce alle principali verifiche della costruzione "in servizio". Esso va ulteriormente ampliato per contemplare tutte le fasi del processo costruttivo con le relative esigenze di sicurezza.

In primo luogo non è sufficiente l'analisi della struttura completa in servizio ma, con riferimento alle previste fasi di avanzamento della costruzione, è necessario verificare tutte le situazioni parziali e transitorie, comprese le eventuali opere provvisorie di sostegno. Il progettista dovrà pertanto analizzare schemi statici, carichi e proprietà dei materiali così come potranno via via evolversi nel tempo durante i lavori di costruzione. In particolare per gli elementi prefabbricati le verifiche seguiranno i pezzi fino dalla loro "sformatura" in stabilimento, attraverso le movimentazioni, lo stoccaggio, il carico, il trasporto ed il montaggio finale in opera.

Le verifiche nelle fasi transitorie riguardano soprattutto, oltre alla necessaria integrità degli elementi strutturali, la sicurezza di chi opera nei cantieri. Il progettista dovrà pertanto estendere il suo intervento nel senso di prevedere le corrette modalità antinfortunistiche del lavoro. Se per esempio si progetta una trave a grande altezza dal suolo, non si può prescindere dal "come" questa trave verrà realizzata. Si dovrà pertanto prevedere gli opportuni particolari per l'applicazione delle apparecchiature antinfortunistiche, verificarli nella loro funzione e contemplare comunque sugli elementi strutturali tutte le particolari azioni corrispondenti al transito degli operatori, dei materiali e dei mezzi di produzione, e prescrivere, se del caso, gli eventuali accorgimenti operativi.

Per quanto riguarda gli stati limite di esercizio, già citati nelle pagine precedenti, le verifiche si riferiscono soprattutto alla deformabilità delle strutture. Una eccessiva deformabilità può essere pregiudizievole per l'integrità delle opere di completamento portate dalla

struttura stessa e può anche incidere negativamente sulla funzionalità della costruzione. Per il cemento armato vi è infine il problema della fessurazione, che è prevista ed ammessa nei calcoli, purchè di entità opportunamente limitata. Un'eccessiva fessurazione porta ad una inadeguata durabilità delle opere, perchè espone le armature metalliche, inglobate nel calcestruzzo, ad una rapida azione di corrosione (ossidazione dell'acciaio).

L'esatta definizione della durabilità di una struttura dipende da molteplici fattori (grado di aggressività dell'ambiente, proprietà chimico-fisiche dei materiali, eventuali protezioni, ...); allo stato attuale la ricerca sul tema, il cui interesse è improvvisamente salito alla ribalta al seguito di alcune iniziative di norme "merceologiche" sulle costruzioni, è ai suoi esordi. Nulla pertanto si può fare, se non valutazioni qualitative di confronto in base alle proprietà dei diversi materiali impiegati.

Non si è infine accennato a due particolari tipi di collasso della struttura che richiedono appropriate verifiche. Si tratta del collasso incrementale e del collasso a catena. Il primo si manifesta quanto il ripetersi di eventi di carico, secondo cicli rinnovati nel tempo, porta all'accumulo di deformazioni plastiche irreversibili, tanto che la struttura via via si avvicina ad un assetto non più equilibrato. L'analisi in questo caso deve seguire l'evolversi del fenomeno e le verifiche in pratica pongono un limite alle deformazioni plastiche ammesse sulla struttura. Il secondo si manifesta quando la rottura accidentale (causata da un evento eccezionale quale uno scoppio) di un elemento di una struttura complessa si propaga a catena su di una notevole parte della struttura stessa. L'importanza del problema si è evidenziata quando uno scoppio dovuto ad una fuga di gas ha provocato lo sfondamento di un pannello portante e, di seguito a catena, il crollo a tutt'altezza di una parte della torre di Ronan Point a Londra. Contro il collasso a catena serve soprattutto una corretta concezione nella scelta dello schema strutturale dell'edificio, con in più alcune verifiche per controllare la possibilità di sostentamento nel caso di mancanza di un qualche singolo elemento.

1.1 - Richiami sul calcolo elastico delle sezioni

In fig. 25 è rappresentata la sezione di una generica membratura con indicate le componenti N , T_x , T_y , M_x , M_y dello sforzo, così come calcolate attraverso l'analisi del "telaio spaziale" a cui la membratura stessa appartiene. L'acciaio è un materiale omogeneo, isotropo, con eguale comportamento a trazione e a compressione, per cui, in fase elastica, si applicano le formule dedotte in Scienza delle Costruzioni per il "solido di de Saint Vénant" ed in particolare anche la sovrapposizione degli effetti di ogni singola componente quando, anzi ché isolatamente, agisce in contemporaneità con altre.

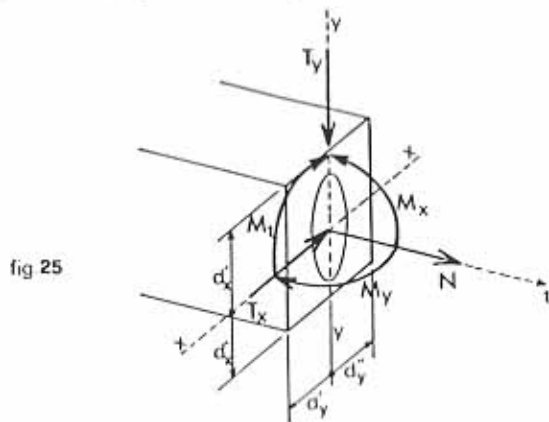


fig 25

Nei vari casi di sforzo, le tensioni normali si calcolano con le note formule qui sotto riportate, dove con x, y si sono indicati gli assi

principali d'inerzia della sezione retta, con t l'asse baricentrico della membratura, con A l'area della sezione stessa, con J_x e J_y i momenti d'inerzia rispettivamente attorno all'asse x e attorno all'asse y , con $W = J/d$ i vari "moduli resistenti" flessionali. Le distribuzioni delle tensioni sono rappresentate, per i vari casi, in fig. 26.

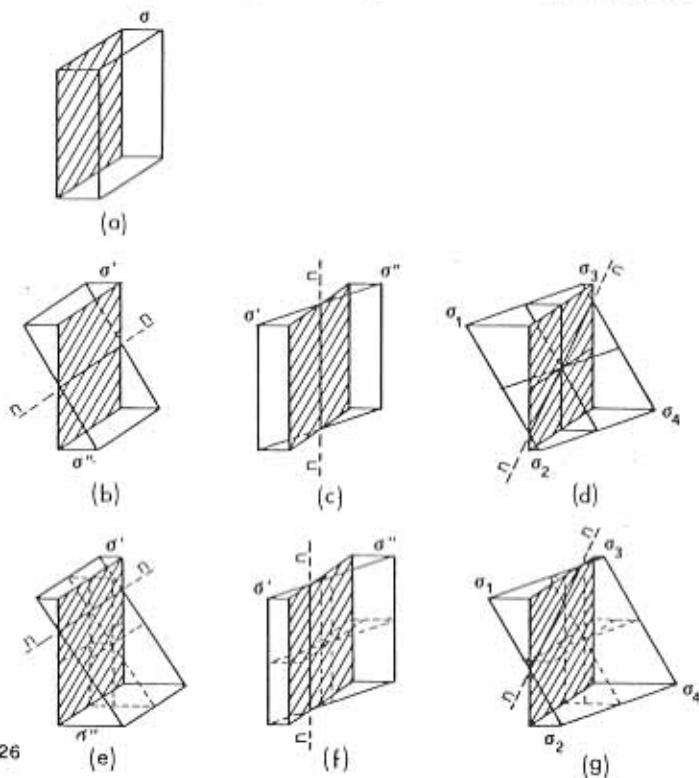


fig 26

- caso "a": trazione e compressione centrate ($\pm N$)

$$\sigma' = \pm \frac{N}{A} = \text{cost.}$$

- caso "b": flessione retta attorno a x ($\pm M_x$)

$$\sigma' = \mp \frac{M_x}{J_x} d'_x = \mp \frac{M_x}{W'_x} \quad \sigma'' = \pm \frac{M_x}{J_x} d''_x = \pm \frac{M_x}{W''_x}$$

- caso "c": flessione retta attorno a y ($\pm M_y$)

$$\sigma'_1 = \mp \frac{M_y}{J_y} \quad d'_y = \mp \frac{M_y}{W'_y} \quad \sigma'_2 = \pm \frac{M_y}{J_y} \quad d''_y = \pm \frac{M_y}{W''_y}$$

- caso "d": flessione deviata

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \mp \frac{M_x}{W'_x} \mp \frac{M_y}{W'_y} & \sigma_2 &= \pm \frac{M_x}{W''_x} \mp \frac{M_y}{W'_y} \\ \sigma_3 &= \mp \frac{M_x}{W'_x} \pm \frac{M_y}{W''_y} & \sigma_4 &= \pm \frac{M_x}{W''_x} + \frac{M_y}{W''_y} \end{aligned}$$

- caso "e": tenso e pressoflessione retta attorno a x

$$\sigma'_1 = \pm \frac{N}{A} \mp \frac{M_x}{W'_x} \quad \sigma'_2 = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{W''_x}$$

- caso "f": tenso e pressoflessione retta attorno a y

$$\sigma'_1 = \pm \frac{N}{A} \mp \frac{M_y}{W'_y} \quad \sigma'_2 = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_y}{W''_y}$$

- caso "g": tenso e pressoflessione deviata

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \pm \frac{N}{A} \mp \frac{M_x}{W'_x} \mp \frac{M_y}{W'_y} & \sigma_2 &= \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{W''_x} \mp \frac{M_y}{W'_y} \\ \sigma_3 &= \pm \frac{N}{A} \mp \frac{M_x}{W'_x} \pm \frac{M_y}{W''_y} & \sigma_4 &= \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{W''_x} \pm \frac{M_y}{W''_y} \end{aligned}$$

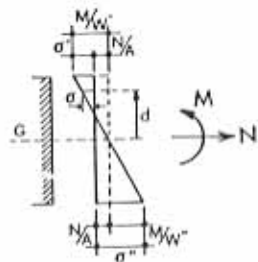


fig 27

Nel caso piano dunque la tensione normale σ , ad una distanza d dall'asse baricentrico, è data da (v. fig. 27):

$$(24) \quad \sigma = \pm \frac{N}{A} \mp \frac{M}{J} d$$

Per quanto riguarda le tensioni tangenziali τ dovute al taglio, esse si calcolano con la nota formula di Jourawski:

$$(25) \quad \tau = \frac{TS}{Jb}$$

dove T è lo sforzo di taglio, S è il momento statico rispetto all'asse baricentrico della parte di sezione che sta al di sopra della corda considerata, J è il momento d'inerzia rispetto all'asse baricentrico dell'intera sezione, b è la larghezza della corda considerata. T e J sono invarianti, b può variare in base alla forma della sezione; S varia sistematicamente al variare della corda, ed è massimo quando la corda coincide con l'asse baricentrico.

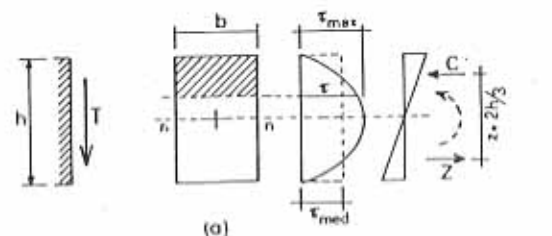
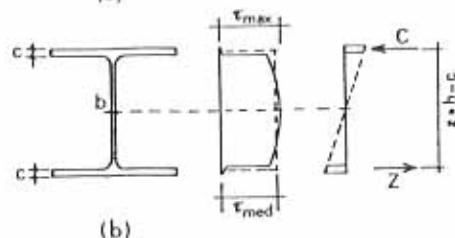


fig 28



Per una sezione rettangolare le τ variano con legge parabolica come indicato in fig. 28a. Il valore massimo si manifesta in corrispondenza dell'asse baricentrico:

$$\tau_{MAX} = \frac{T}{b} \frac{(A/2)(h/4)}{A(h^2/12)} = \frac{3}{2} \frac{T}{bh} = \frac{3}{2} \tau_{med}$$

Si nota che $z=2h/3$ è il braccio della coppia interna, la distanza cioè tra risultante delle compressioni e quella delle trazioni di un diagramma dovuto a semplice flessione (v. fig. 28a). La tensione tangenziale massima è data pertanto da:

$$(26) \quad \tau_{MAX} = \frac{T}{bz}$$

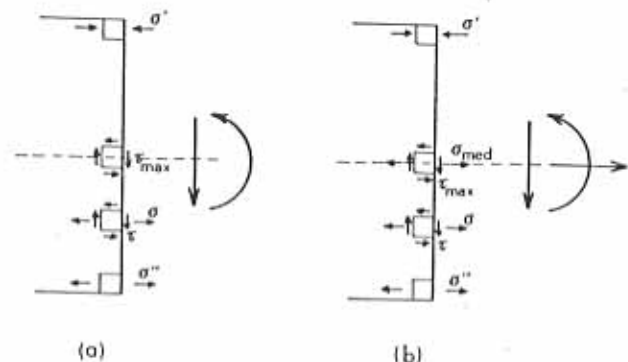
Per una sezione a doppio T, come sono in genere quelle delle travi in acciaio, le tensioni τ variano, in conseguenza alla brusca variazione della larghezza b , come indicato in fig. 28/b. Se l'anima è piccola rispetto alle dimensioni delle ali, il valore della tensione tangenziale è dato da

$$\tau = \frac{T}{b} \frac{(A/2) [(h-c)/2]}{A [(h-c)/2]^2} = \frac{T}{b(h-c)}$$

all'incirca costante e pari al valor medio dell'effettiva distribuzione computato sulla sola anima; si ha pertanto ancora

$$\tau_{MAX} = \frac{T}{bz}$$

con $z \approx h-c$ (v. fig. 28b).



Per la verifica delle tensioni nei punti più sollecitati della sezione, si calcolano le tensioni ideali di confronto alle varie quote (v. fig. 29).

Sulle fibre estreme (superiore ed inferiore) si manifestano le massime tensioni normali di trazione o di compressione, senza la componente tangenziale:

$$\sigma_{id} = |\sigma'| < \sigma_{rd}$$

ovvero

$$\sigma_{id} = |\sigma''| < \sigma_{rd}$$

In corrispondenza dell'asse baricentrico si manifesta la massima tensione tangenziale accompagnata dalla componente normale $\sigma_{med} = N/A$ nel caso di tenso o pressoflessione, da sola nel caso di flessione semplice nel quale l'asse neutro coincide con quello baricentrico:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_{med}^2 + 3\tau_{max}^2} < \sigma_{rd}$$

ovvero:

$$\sigma_{id} = 1,73|\tau_{max}| < \sigma_{rd} \quad (\text{con } \sigma_{med} = 0)$$

Alle altre quote la verifica è posta come:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} < \sigma_{rd}$$

Le tensioni σ e τ calcolate sulla sezione come effetto dei carichi si intendono ovviamente già affette degli opportuni coefficienti amplificativi γ_f .

In particolare, per la sezione a doppio T (v. fig. 28b), il punto più sollecitato della sezione risulta quello all'attacco dell'anima con l'ala, in quanto quivi le componenti σ e τ hanno entrambe valori ancora prossimi a quelli massimi:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau_{max}^2} < \sigma_{rd}$$

ovvero

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau_{max}^2} < \sigma_{rd}$$

La tensione tangenziale massima però, per le travi a doppio T, non può mai raggiungere valori elevati, perchè risulta limitata, non tanto dalla resistenza a rottura del materiale, quanto dal valore critico di coltasso instabile dell'anima (v. 6° capitolo). La sua influenza sulla tensione ideale è pertanto modesta, tanto che questa risulta di poco maggiore di quella normale.

1.2 - Momento elastico e momento plastico

Con riferimento al caso di flessione semplice (retta), al crescere del momento le tensioni σ variano come indicato in fig. 30. I diagrammi si deducono dal legame costitutivo, così come schematizzato in figura, e dall'ipotesi di Bernoulli. Finchè i valori massimi sono contenuti entro il limite elastico, le tensioni variano sulla sezione con legge lineare (fase I); al raggiungimento del limite di snervamento σ_s corrisponde il momento al limite elastico M_e ; superato detto limite, le parti estreme della sezione si plasticizzano, come indicato per la fase II; quando le dilatazioni estreme della sezione raggiungono il limite convenzionale ϵ_r^* di rottura, il momento assume il valore limite di calcolo; oltre tale limite la sezione può ancora "ruotare" fino a raggiungere, agli estremi, le notevoli dilatazioni caratteristiche dell'effettiva rottura duttile dell'acciaio; tale stato limite è con buona approssimazione rappresentato dal "momento di completa plasticizzazione della sezione" o, più brevemente, momento plastico, che corrisponde ad una rotazione infinita della sezione. In quest'ultima parte del discorso si è trascurato l'incrudimento dell'acciaio alle elevate dilatazioni.

Il momento resistente elastico, il momento resistente di calcolo e quello resistente plastico si valutano in base al rispettivo diagramma delle σ , calcolando il momento della coppia interna. Per una sezione rettangolare, si ha (v. fig. 31):

$$(27) M_e = Cz = \left(\frac{1}{2} \sigma_s b \frac{h}{2}\right) \left(\frac{2}{3} h\right) = \sigma_s \frac{bh^2}{6} = \sigma_s W_e$$

$$(28) M_{rd} = \left(\frac{1}{2} \sigma_s by\right) \left(\frac{4}{3} y\right) + \left[\sigma_s b \left(\frac{h}{2} - y\right)\right] \left(y + \frac{h}{2}\right) = \sigma_s \frac{bh^2}{4} \left(1 - \frac{4}{3} \frac{y^2}{h^2}\right) = \sigma_s W_d$$

$$(29) M_p = \left(\sigma_s b \frac{h}{2}\right) \left(\frac{h}{2}\right) = \sigma_s \frac{bh^2}{4} = \sigma_s W_p$$

I "moduli resistenti" W_e , W_d e W_p , rispettivamente elastico, di calcolo e plastico, dipendono dalle caratteristiche geometriche della sezione.

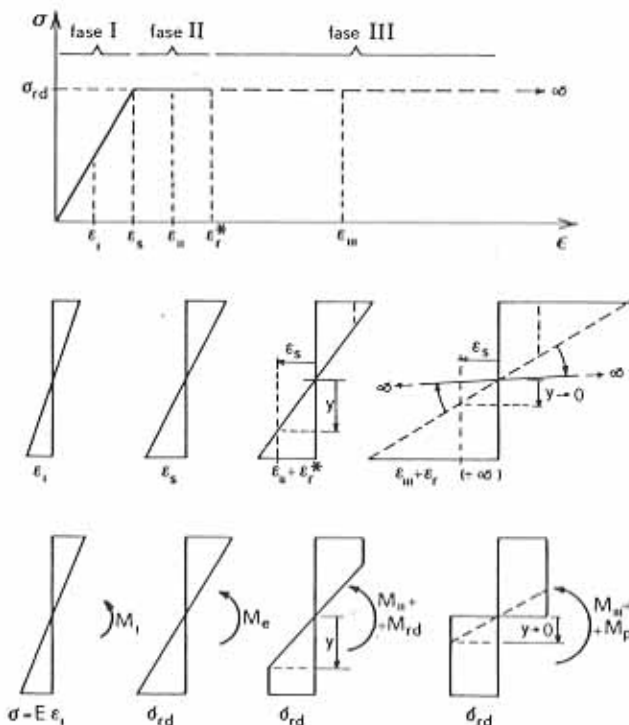


fig 30

Il primo è dato, come s'è già detto, dal momento d'inerzia rispetto all'asse baricentrico diviso per la distanza dal baricentro della fibra più lontana; il terzo è dato dalla differenza algebrica dei momenti statici rispetto ad un asse qualsiasi delle due parti della sezione di area eguale; il secondo dipende anche dal limite convenzionale di rottura assunto, dal quale deriva il parametro y contenuto nella formula.

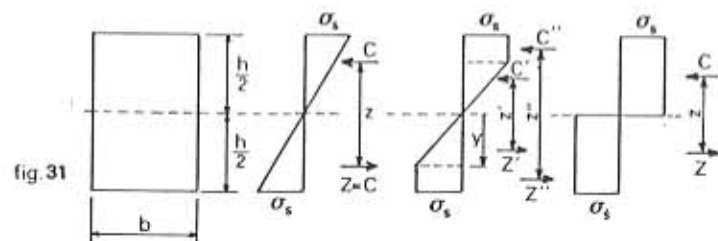


fig. 31

Come s'è detto, il limite convenzionale di rottura è definito in base al limite imposto alla deformazione non reversibile. Per valutare tale deformazione "residua" allo scarico, si osserva che la dilatazione dell'acciaio, al diminuire della tensione che la ha prodotta, cala elasticamente anche se si era oltrepassato il limite di snervamento (v. fig. 32). Allo scarico rimane una dilatazione residua ε_i che rappresenta la nuova "origine" per i successivi eventi di carico (positivi o negativi).

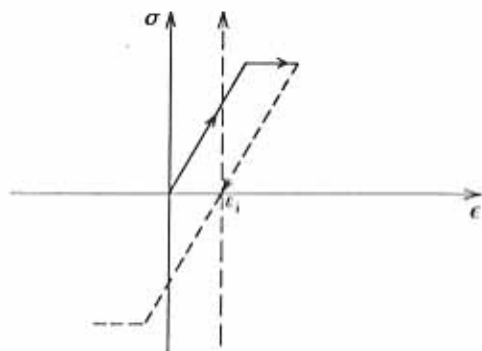


fig. 32

Portando il discorso in termini di momento flettente sulla sezione (v. fig. 33) si ha che al diagramma elastoplastico di carico sotto il momento M_{rd} si detrae allo scarico il diagramma elastico dovuto a $-M_{rd}$. Il risultato è una deformazione residua ε_i alla quale corrisponde un diagramma di autotensioni (autoequilibrato) che permane anche in assenza di carichi esterni. Il valore $\varphi = \varepsilon_i / \varepsilon_s = 0,075$ (deformazione residua pari al 7,5% di quella elastica) definisce il limite convenzionale σ_r^* di rottura. Dato che i tratti elastici dei diagrammi delle σ sono proporzionali ai corrispondenti tratti dei diagrammi delle ε , il rapporto può es-

sere posto come (v. fig. 33)

$$(30) \quad \frac{\sigma_r^*}{\sigma_s} = \varphi = 0,075$$

Eguagliando i momenti interni di carico e di scarico, si ottiene

$$M_{rd} = \sigma_s \frac{bh^2}{4} \left(1 - \frac{4}{3} \frac{y^2}{h^2}\right) = \Delta \sigma \frac{bh^2}{6} = (\sigma_r^* - \sigma_0) \frac{bh^2}{6}$$

Essendo (v. fig. 33 e la (30)):

$$\sigma_r^* = \sigma_s \frac{h/2}{y}$$

$$\sigma_0 = \varphi \sigma_s$$

si ottiene

$$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{4}{3} \frac{y^2}{h^2}\right) = \frac{1}{3} \left(\frac{h/2}{y} - \varphi\right)$$

da cui, ponendo $\xi = y/h$:

$$(31) \quad 4\xi^3 - (2\varphi + 3)\xi + 1 = 0$$

La (31), con $\varphi = 0,075$, fornisce la soluzione

$$\xi \approx 0,4$$

e cioè

$$(32) \quad y \approx 0,4 h$$

da cui il momento resistente di calcolo (v. la (28)) risulta

$$(33) \quad M_{rd} \approx \sigma_s \frac{bh^2}{4} 0,787$$

Riassumendo dunque, per una sezione rettangolare inflessa, vi è: un limite elastico dato dalla (27); un limite plastico dato dalla (29), che risulta

$$(M_p = \frac{6}{4} M_e = 1,5 M_e)$$

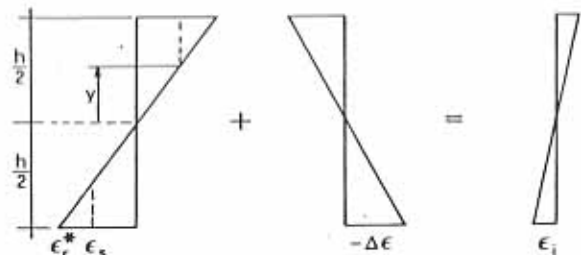
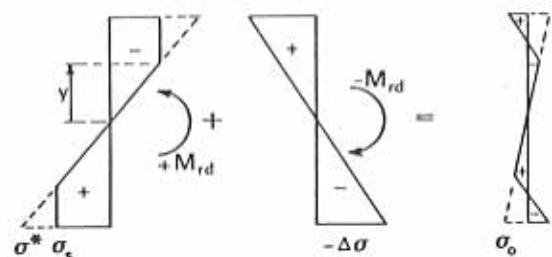


fig. 33



... 1,5 volte superiore al precedente; un limite convenzionale di calcolo dato dalla (33), che risulta

$$(M_{rd} = 0,787 M_p = 1,18 M_e)$$

... 0,787 volte più piccolo di quello plastico e 1,18 volte più grande di quello elastico. I "moduli resistenti" sono dati pertanto da:

$$(34) W_e = \frac{bh^2}{6}$$

$$(35) W_d = \beta_d W_e \quad (\beta_d = 1,18)$$

$$(36) W_p = \beta_p W_e \quad (\beta_p = 1,50)$$

dove β_d e β_p sono i coefficienti di adattamento plastico, convenzionale e totale, della sezione.

Rimane da definire il legame $M = M(\theta)$ momenti curvature della sezione. Tale legame si deduce dalla (27) e dalla (28), valide rispettivamente nella fase I (elastica) e nelle fasi II e III (elastoplastiche), ponendo

do nella prima $\theta = E\epsilon$ variabile al posto di $\theta_s = E\epsilon_s$, e nella seconda $\theta_s = E\epsilon_s$ costante e $y = (\epsilon_s/E)(h/2)$ variabile, con $\theta = \epsilon/(h/2)$ (v. fig. 34):

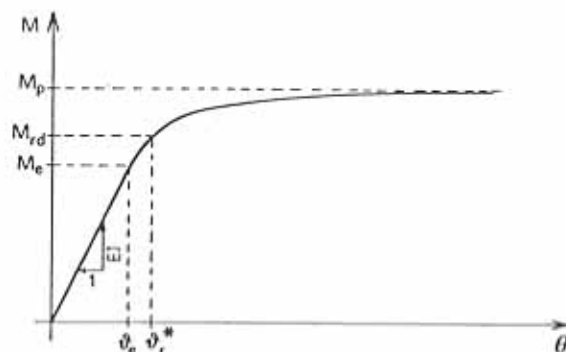


fig. 34

$$(37) M = E \frac{bh^3}{12} \frac{\epsilon}{h/2} = EJ \theta \quad \text{per } 0 \leq \theta \leq \theta_e$$

$$(37') M = \frac{3}{2} E \frac{bh^3}{12} \frac{\epsilon_s}{h/2} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\epsilon_s^2}{\epsilon^2}\right) = \frac{3}{2} EJ \theta_e \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\theta_e^2}{\theta^2}\right) \quad \text{per } \theta_e \leq \theta < \infty$$

dove si è posto $\theta_e = \epsilon_s/(h/2)$. La curva di fig. 34 è valida a meno di eventuali autotensioni lasciate da eventi precedenti, altrimenti il limite θ_e di proporzionalità si sposta. In particolare la curvatura θ_r^* al limite convenzionale di rottura vale:

$$(38) \theta_r^* = \frac{\epsilon_r^*}{h/2} \approx 1,26 \theta_e$$

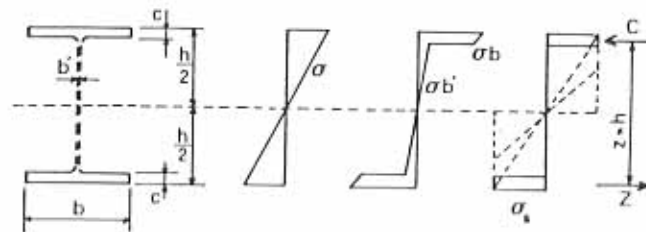


fig. 35

Si consideri ora la sezione a doppio T di fig. 35, costituita da due ali di spessore c piccolo rispetto all'altezza h e da un'anima sottile di "efficacia" trascurabile rispetto alle ali stesse. Il primo diagramma di

figura rappresenta la distribuzione delle tensioni σ in fase elastica. Il secondo diagramma riporta il prodotto tra la tensione σ stessa e la larghezza della corrispondente corda, e mostra appunto come l'efficacia dell'anima sia piccola in termini di coppia interna. Il terzo diagramma infine trascura il contributo dell'anima e mostra come lo stato della sezione al limite elastico differisca da quelli in fase di parziale o completa plasticizzazione soltanto a causa di due piccoli triangoli (nel diagramma delle σ in questione). Se lo spessore delle ali è piccolo rispetto l'altezza della sezione, non si commette pertanto un sensibile errore nel trascurare i triangolini sopraddetti e nel porre di conseguenza

$$(39) M_e = M_{rd} = M_p = (\sigma_s bc)(h-c) \approx \sigma_s bch$$

Per la sezione a doppio T "ideale", senz'anima e con le ali "concentrate" ad una distanza reciproca h , i moduli resistenti elastico, di calcolo e plastico sono dunque tutti eguali e pari a

$$(40) W_e = W_d = W_p = bch$$

e i coefficienti di adattamento plastico β_d e β_p rimangono pari all'unità.

La coincidenza tra lo stato limite elastico e quello limite a rottura fa dire (impropriamente) che la sezione a doppio T ideale è "isostatica" (nei riguardi del momento flettente), per cui la verifica della tensione nel punto coincide con la verifica dello sforzo nella sezione. Per la sezione rettangolare invece avviene altrimenti. In effetti le reali sezioni a doppio T dei profilati commerciali hanno un modesto "grado di iperstaticità" con coefficienti di adattamento plastico che variano da 1,05 a 1,12.

Il diagramma momenti curvature, per la sezione a doppio T ideale, è dato da (v. fig. 36):

$$(41) M = E \frac{bch^2}{2} \frac{\epsilon}{h/2} = EJ\theta \quad \text{per } 0 \leq \theta \leq \theta_e$$

$$(41') M = EJ\theta_e = \text{cost} \quad \text{per } \theta_e \leq \theta < \infty$$

mentre la curvatura θ_r^* al limite convenzionale di rottura vale

$$(42) \theta_r^* = 1,075 \theta_e$$

Per le reali sezioni a doppio T dei profilati commerciali si hanno diagrammi del tipo di quello indicato a tratteggio in fig. 36. I manuali riportano i coefficienti di adattamento plastico dei più diffusi tipi di sezione dei profilati commerciali in acciaio, con indicato l'asse di flessione a cui si riferiscono.

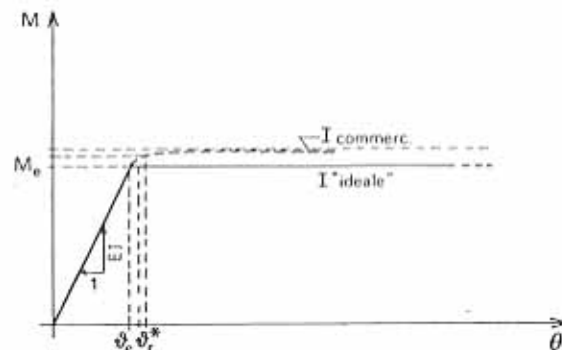


fig. 36

1.3 - Interazione sforzo assiale e momento flettente

Con riferimento allo sforzo assiale centrato, tutte le sezioni in acciaio hanno comportamento "isostatico". Sotto tale tipo di sforzo infatti le sezioni traslano senza ruotare e tutti i loro punti si trovano nella stessa situazione ($\epsilon = \text{cost.}$). Il limite di snervamento è raggiunto contemporaneamente su tutta la sezione (a meno di eventuali autotensioni preesistenti) e questa pertanto non ha ulteriori risorse di resistenza.

La resistenza è data dalla risultante delle tensioni σ , che sono costanti sulla sezione, per cui si ha:

$$(43) N_e = N_{rd} = N_p = \sigma_s A (= N_s)$$

con A eguale all'area della sezione. I coefficienti di adattamento plastico sono sempre pari all'unità.

Il diagramma sforzi assiali-dilatazioni $N = N(\epsilon)$ è dato da (v. fig. 37):

$$(44) \quad N = EA\epsilon \quad \text{per } 0 \leq \epsilon \leq \epsilon_s$$

$$(44') \quad N = EA \epsilon_s = \text{cost} \quad \text{per } \epsilon_s \leq \epsilon < \infty$$

Il limite convenzionale di rottura vale

$$(45) \quad \epsilon_r^* = 1,075 \epsilon_s$$

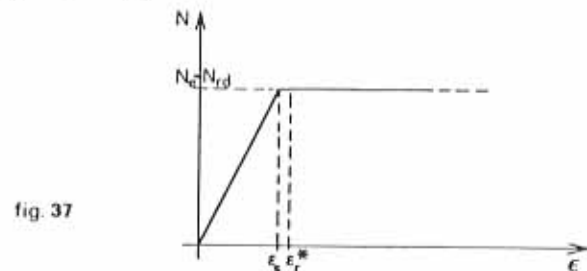


fig. 37

Quando sforzo assiale e momento agiscono contemporaneamente sulla sezione, se questa è in fase elastica si applica la sovrapposizione degli effetti e spessa dalla (24). Il limite elastico si ottiene ponendo, per la fibra più sollecitata, $\sigma = \sigma_s$, per cui si ha:

$$\frac{N}{A} + \frac{M}{W_e} = \sigma_s$$

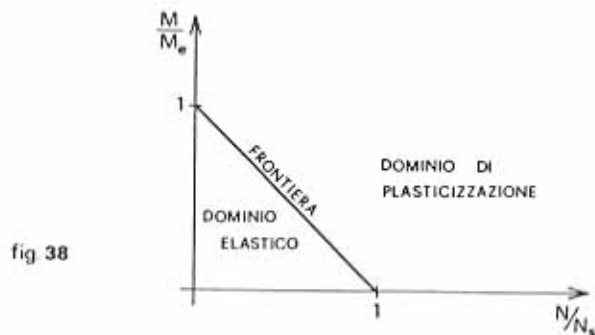


fig. 38

da cui, dividendo ambo i membri per σ_s ed essendo $N_s = \sigma_s A$ e $M_e = \sigma_s W_e$, si ha

$$(46) \quad \frac{N}{N_s} + \frac{M}{M_e} = 1$$

La (46), valida per qualsiasi tipo di sezione, definisce nel piano N, M (v. fig. 38) la retta luogo dei punti corrispondenti allo stato limite elastico, o retta di "interazione N, M ". Tale retta fornisce la frontiera che separa il dominio elastico dal dominio di plasticizzazione. La condizione di elasticità è pertanto, per una sezione tenso o pressoinflessa:

$$(46') \quad \frac{N}{N_s} + \frac{M}{M_e} \leq 1$$

La definizione di frontiera di rottura dipende invece dal tipo di sezione. Per la sezione rettangolare tensoinflessa di fig. 39a, il diagramma delle σ corrispondente allo stato limite di completa plasticizzazione può essere scomposto in una parte simmetrica ed in una antisimmetrica; la prima fornisce la componente assiale

$$N = \sigma_s b (h-2x)$$

la seconda fornisce la componente flettente

$$M = \sigma_s b x (h-x)$$

componenti che, agendo contemporaneamente, portano appunto alla completa plasticizzazione la sezione. Si ha (v. la (29) e la (43) con $A=bh$):

$$\frac{N}{N_s} = 1 - 2 \frac{x}{h} \quad \frac{M}{M_p} = 4 \left(\frac{x}{h} - \frac{x^2}{h^2} \right)$$

Dalla prima si ottiene

$$2 \frac{x}{h} = 1 - \frac{N}{N_s}$$

e, sostituendo quest'ultima nella seconda:

$$\frac{M}{M_p} = 2 \left(1 - \frac{N}{N_s} \right) \left(1 - \frac{N}{N_s} \right)^2$$

da cui, dopo le opportune trasformazioni:

$$(47) \quad \left(\frac{N}{N_s}\right)^2 + \frac{M}{M_p} = 1$$

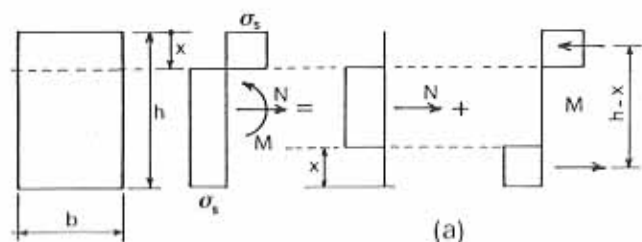
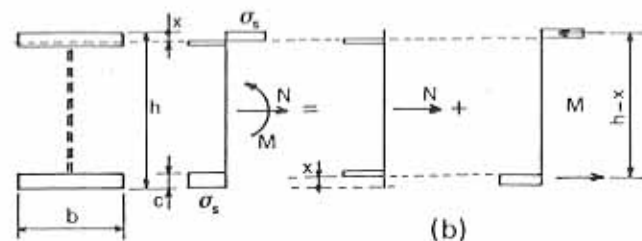


fig.39



La (47) definisce, per la sezione rettangolare, la frontiera di rottura. In fig. 40 è rappresentata questa curva e a tratteggio, per l'opportuno confronto, la frontiera elastica. La frontiera di calcolo, corrisponde al limite convenzionale del 7,5% imposto alle deformazioni irreversibili, è rappresentata da una curva intermedia rispetto alle due precedenti, come indicato con tratto e punto nella medesima fig. 40. La condizione di resistenza afferma che il punto N, M rappresentante l'azione deve essere interno al dominio coperto dalla "curva di interazione" (a rottura):

$$(47') \quad \left(\frac{N}{N_s}\right)^2 + \frac{M}{M_p} \leq 1$$

La (47') mostra che la verifica dello stato limite ultimo a rottura della sezione rettangolare non può essere posta in termini di sovrapposizione lineare degli effetti, come per la verifica in fase elastica.

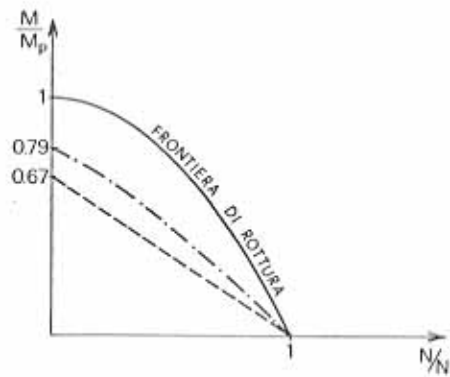


fig.40

Per una sezione a doppio T ideale (v. fig. 39b), operando la stessa scomposizione del diagramma delle G corrispondente allo stato limite di completa plasticizzazione, si ottiene

$$N = 2 \sigma_s b (c-x) \quad M = \sigma_s b x (h-x) \approx \sigma_s b x h$$

e, per la (39) e la (43) con $A=2bc$:

$$\frac{N}{N_s} = 1 - \frac{x}{c} \quad \frac{M}{M_p} = \frac{x}{c}$$

da cui, sostituendo la seconda nella prima:

$$(48) \quad \frac{N}{N_s} + \frac{M}{M_p} = 1$$

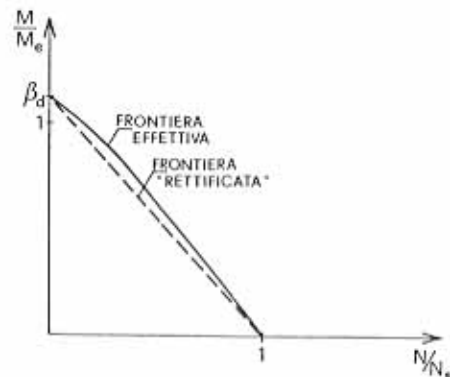


fig.41

La (48) mostra come, per la sezione a doppio T ideale, la frontiera di rottura è ancora la retta di fig. 38, essendo per tale sezione $M_p = M_e$. La condizione di resistenza coincide pertanto con la (46'). Per le reali sezioni a doppio T commerciali il discorso è alquanto diverso. Per esse di norma si tiene conto dell'adattamento plastico flessionale della sezione e nel contempo si assume, nella condizione di resistenza, la sovrapposizione lineare degli effetti che corrisponde alla "rettifica", modesta e a favore della stabilità, dell'effettiva frontiera ricurva (v. fig. 41):

$$(49) \quad \frac{N}{N_s} + \frac{M}{\beta_d M_e} \leq 1$$

La (49), come la (47'), non tiene conto dell'influenza delle eventuali tensioni tangenziali sulla resistenza della sezione. Tale influenza è in genere abbastanza modesta. Si tralascia in questa sede di approfondire l'argomento.

1.4 - Calcolo a rottura delle travi inflesse

In fig. 42a è rappresentata una trave in semplice appoggio sottoposta ad un carico P . Il diagramma dei momenti (v. fig. 42b), per questa trave isostatica, non dipende dal comportamento del materiale: il valore massimo in mezz'era si calcola tramite le sole equazioni cardinali della statica e vale

$$(50) \quad M = \frac{Pl}{4}$$

Per definire la resistenza della trave in termini di carico, basta porre nella (50) $M = M_e \div M_{rd} \div M_p$:

$$P_e = 4 M_e / l \quad P_{rd} = \beta_d P_e \quad P_c = \beta_p P_e$$

e si ottiene così la "portanza" P_e al limite elastico, P_{rd} al limite convenzionale di rottura o P_c al limite di collasso.

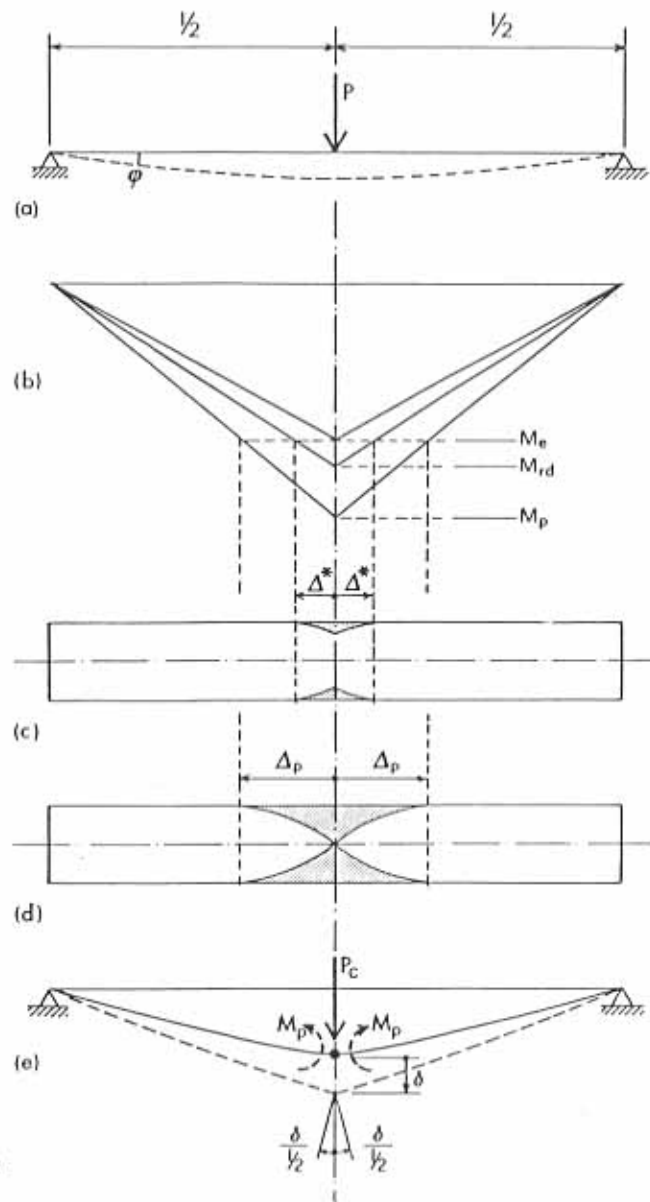


fig. 42

Per calcolare le deformazioni della trave, per esempio la rotazione φ all'appoggio, basta "integrare" opportunamente la curvatura così come distribuita sulla lunghezza della trave (v. fig. 43):

$$(51) \varphi = \int_0^{\frac{l}{2}} \theta(M) dx$$

Essendo

$$M = \frac{H}{l/2} x$$

e cioè

$$x = \frac{M}{H} \frac{l}{2} \quad dx = \frac{l}{2H} dM$$

la (51) può porsi come:

$$(51') \varphi = \frac{l}{2H} \int_0^M \theta(M) dM$$

e cioè la rotazione, a meno della costante $\frac{l}{2H}$, è data dall'area tratteggiata delle figg. 43b-d.

In fase elastica (v. fig. 53b) si ha dunque, con $\theta = M/EJ$:

$$(52) \varphi = \frac{l}{2H} \int_0^M \frac{M}{EJ} dM = \frac{Hl}{4EJ} \quad \left(= \frac{Pl^2}{16EJ} \right)$$

dove al limite può porsi $M = M_e$ ($\varphi = \varphi_e$).

Superato il limite elastico, un tratto di trave comincia a plasticizzarsi parzialmente (v. fig. 42c). Al limite convenzionale di rottura il tratto plasticizzato è definito da

$$\Delta^* = \frac{l}{2} \frac{M_{rd} - M_e}{M_{rd}} = \frac{l}{2} \left(1 - \frac{1}{\beta_d} \right)$$

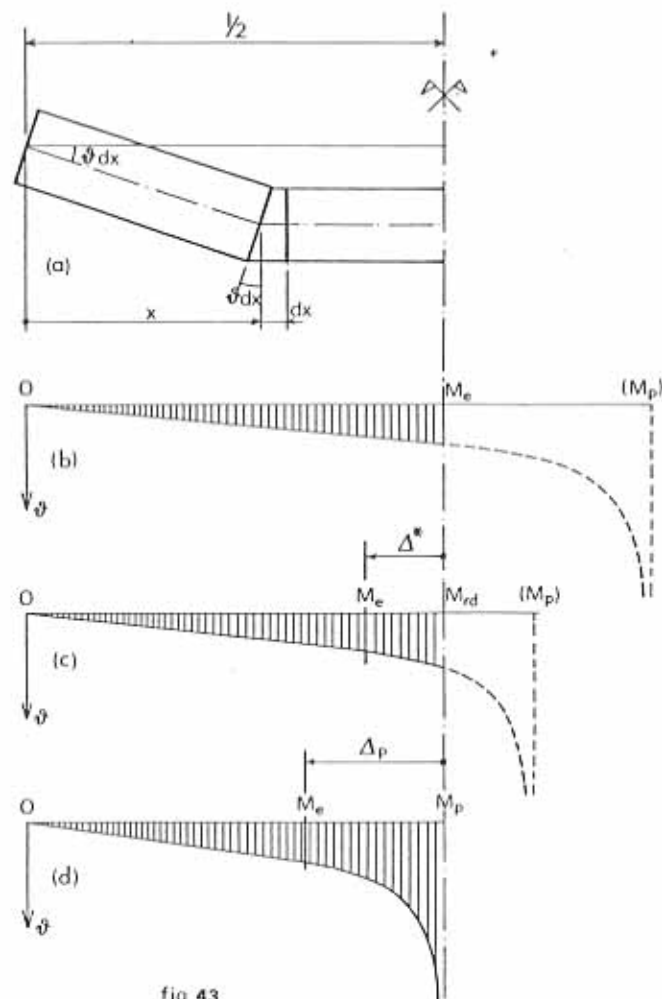


fig. 43

All'aumentare del carico, la plasticizzazione si estende fino ad interessare, al limite di completa plasticizzazione della sezione più sollecitata, un tratto corrispondente a (v. fig. 42d):

$$\Delta_p = \frac{l}{2} \left(1 - \frac{1}{\beta_p} \right)$$

A questo punto nella sezione di mezzeria si è formata una cerniera plastica che può ruotare indefinitamente senza che il momento resistente M_p aumenti ancora. La trave cioè è diventata labile ed il collasso sopraggiunge per trasformazione della trave stessa in un "meccanismo" (v. fig. 42c).

Per valutare la deformazione in fase plasticizzata si deve conoscere l'espressione di $\theta = \theta(M)$, che dipende dalla forma della sezione, ed eseguire l'integrale (51'). Per una sezione rettangolare si ha, per esempio (v. le (37) e (37')):

$$\theta = \frac{M}{EJ} \quad \text{per } 0 \leq M \leq M_e$$

$$\theta = \frac{M_e}{EJ} \sqrt{\frac{1}{3 - 2M/M_e}} \quad \text{per } M_e \leq M \leq M_p$$

La rotazione all'appoggio è data pertanto da:

$$(53) \quad \psi = \frac{l}{2M} \left\{ \int_0^{M_e} \frac{M}{EJ} dM + \int_{M_e}^{\bar{M}} \frac{M_e}{EJ} \sqrt{\frac{1}{3 - 2M/M_e}} dM \right\} =$$

$$= \frac{l}{2M} \left\{ \frac{M_e^2}{2EJ} + \theta_e(M - M_e) + \int_{\theta_e}^{\bar{\theta}} (M_p - M) d\theta - (\bar{\theta} - \theta_e)(M_p - M) \right\}$$

dove: il primo termine fra parentesi, relativo al tratto elastico di trave, rappresenta l'area OAGO di fig. 44 (con $\theta_e = M_e/EJ$); il secondo termine rappresenta l'area AEFGA; il terzo rappresenta l'area ABCDA; il quarto l'area BCDEB sempre di fig. 44.

Dato che, per la (37'), si ha

$$M_p - M = \frac{1}{2} EJ \theta_e \frac{\theta_e^2}{\theta^2} = \frac{M_e}{2} \frac{\theta_e^2}{\theta^2}$$

la (53) diventa

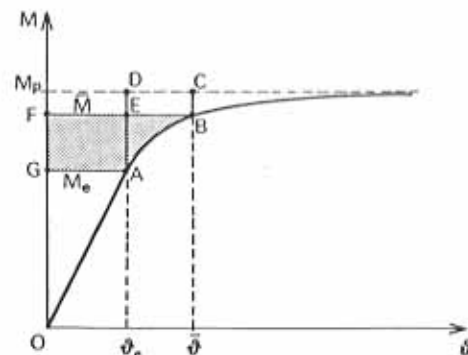


fig. 44

$$(54) \quad \psi = \frac{1}{\beta} \frac{M_e l}{4EJ} \left\{ 1 + 2(\bar{\beta} - 1) + \left(1 - \frac{\theta_e}{\theta_r}\right) - 2(\beta_p - \bar{\beta}) \left(\frac{\theta_r}{\theta_e} - 1\right) \right\}$$

Per $\bar{M} = M_e$, si ha $\bar{\beta} = 1$ e $\theta_e/\theta_r = 1$, per cui la (54) coincide con la (52):

$$(55) \quad \psi_e = \frac{M_e l}{4EJ} \quad \left(= \frac{P_e l^2}{16EJ} \right)$$

Per $\bar{M} = M_{rd}$, si ha $\bar{\beta} = 1,18$, $\beta_p = 1,5$ e $\theta_r/\theta_e \approx 1,26$, per cui si ha

$$(55') \quad \psi_d \approx 1,185 \psi_e$$

Per $\bar{M} = M_p$, si ha $\bar{\beta} = \beta_p = 1,5$, $\theta_e/\theta_r = 0$ e $(\beta_p - \bar{\beta})(\theta_r/\theta_e - 1) = 0$

per cui si ha:

$$(55'') \quad \psi_c = 2 \psi_e$$

Come si nota dalla (55'), che rappresenta la rotazione dovuta ad un carico $P_{rd} \approx 1,18 P_e$, fino al limite convenzionale di calcolo il comportamento si scosta di poco da quello lineare. Al limite di collasso la rotazione, dovuta ad un carico $P_c = 1,5 P_e$, è pari a $2/1,5 = 1,33$ volte quella deducibile con l'ipotesi dell'elasticità. Per le travi a doppio T commerciale lo scostamento dall'andamento lineare è minore. Per il

doppio T ideale il comportamento è elastico, con deformazioni che crescono proporzionalmente ai carichi, fino al limite di collasso.

La situazione limite di collasso, qualora non necessitino informazioni sulle deformazioni della trave, può essere definita anche operando direttamente sullo schema (labile) di fig. 42e. L'equilibrio esistente appena prima del limite anzidetto può essere scritto in termini di lavoro virtuale, assegnando uno spostamento δ infinitesimo e ponendo:

$$P_c \delta - 2 M_p \frac{\delta}{l/2} = 0$$

da cui si ottiene appunto

$$P_c = \frac{4M_p}{l}$$

Il confronto tra questo carico resistente e quello agente costituisce la verifica al collasso della struttura. Questa verifica però non può essere esauriente in quanto non offre alcuna garanzia contro le deformazioni irreversibili. Il ripetersi dei cicli di carico oltre al limite elastico, agenti su una struttura isostatica che non pone limiti all'accumularsi delle deformazioni residue, porta al collasso incrementale. La deformazione residua allo scarico di ogni ciclo si somma via via a quella precedente e, a parte gli eventuali fenomeni di fatica, la geometria della trave esce progressivamente dal limite della configurazione funzionalmente ammissibile, e si allontana fino al punto di alterare lo schema statico e portarlo a situazioni non più stabili. La verifica al collasso può dunque essere giustificata per carichi costanti nel tempo o per eventi eccezionali le cui probabili ripetizioni nella vita della struttura siano estremamente ridotte di numero.

Per queste ragioni le norme ammettono il calcolo a collasso basato sul metodo delle cerniere plastiche, introducendo però degli opportuni limiti cautelativi. Tale calcolo cioè è limitato ai tipi di strutture (travi semplici o continue, telai mono e bipiano, multipiano a nodi fissi) in cui siano assenti o trascurabili gli effetti instabilizzanti dei carichi assiali dovuti ai termini geometrici del second'ordine; si richiede ogni possibile accertamento contro i fenomeni di fatica e con-

tro il collasso incrementale; si penalizza infine il momento plastico tramite un coefficiente $\alpha = 1,12$, detto "fattore medio di forma", ottenendo il momento plastico di calcolo:

$$M_{pd} = \frac{M_p}{\alpha} = G_{rd} W_e \frac{\beta P}{\alpha}$$

Essendo il calcolo limitato a sezioni di tipo doppio T, per le quali risulta $1,08 < \beta_p < 1,16$, si nota come il momento di calcolo venga riportato a valori prossimi al limite elastico

$$0,96 M_e < M_{pd} < 1,04 M_e$$

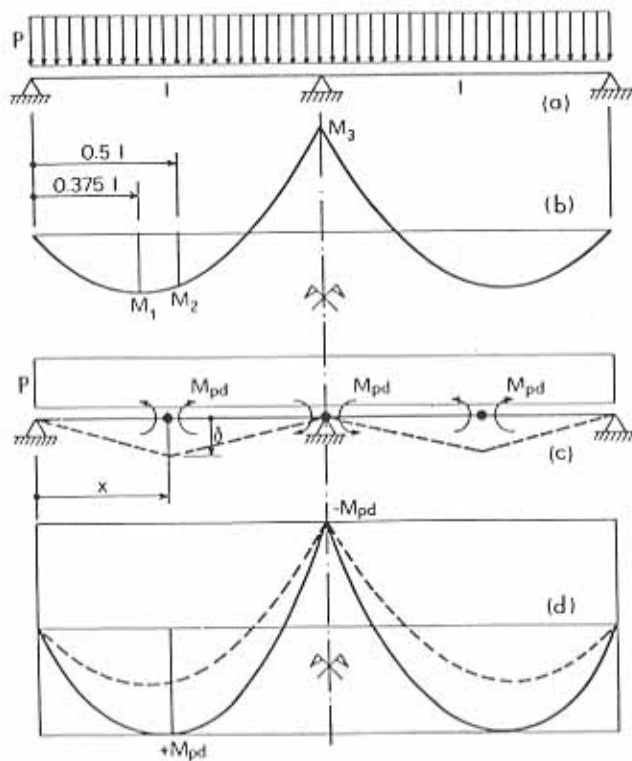


fig. 45

Il calcolo a collasso non porta pertanto ad alcun "risparmio", rispetto al calcolo elastico con verifica dello stato limite convenzionale di rottura della sezione, se non per strutture con elevato grado di iperstaticità.

Si consideri ora l'esempio di trave iperstatica (a sezione costante) di fig. 45a. Il diagramma dei momenti fino al limite elastico è quello riportato in fig. 45b, dove

$$M_1 = \frac{9}{128} p l^2 \quad (= \max)$$

$$M_2 = \frac{1}{16} p l^2$$

$$M_3 = -\frac{1}{8} p l^2 \quad (= \min.)$$

La sezione critica è quella sull'appoggio intermedio, per cui il carico al limite elastico è dato da

$$(56) \quad p_e = \frac{8 M_e}{l^2}$$

Per il calcolo a collasso si può seguire il procedimento cinematico o il procedimento statico. Secondo il primo si ipotizza la formazione di un numero di cerniere plastiche sufficiente per trasformare la struttura in un meccanismo (v. fig. 45c) e si applica su questo la condizione limite di equilibrio. Con il metodo dei lavori virtuali tenendo conto della simmetria si ha dunque:

$$p_c l \frac{\delta}{2} - M_{pd} \left(\frac{\delta}{x} + 2 \frac{\delta}{l-x} \right) = 0$$

da cui si ricava

$$(57) \quad p_c = \frac{2}{l} \frac{l+x}{x(l-x)} M_{pd}$$

Spostando le cerniere di campata il valore del carico P varia. Il teorema cinematico afferma che il carico di collasso è il minimo fra quelli deducibili dalla condizione limite di equilibrio dei possibili meccanismi di collasso, per cui, equagliando a zero la derivata della (57):

$$x^2 + 2lx - l^2 = 0$$

si ottiene la posizione x_c delle cerniere corrispondente al carico di collasso:

$$x_c = l(-1 + \sqrt{2}) = 0,414 l$$

Posto questo valore nella (57) si ottiene finalmente

$$(57') \quad p_c \approx 1,46 \frac{8 M_{pd}}{l^2}$$

da cui si deduce, dal confronto con la (56) ed essendo $M_e \approx M_{pd}$, che il grado di iperstaticità della trave in esame permette di elevare il carico di 1,46 volte oltre il limite elastico:

$$p_c \approx 1,46 p_e$$

Secondo il metodo statico, si ipotizza un diagramma dei momenti, equilibrato con i carichi, che sia ovunque compreso entro i limiti $-M_{pd} \leq M \leq +M_{pd}$. Ponendo quale condizione di plasticizzazione il raggiungimento, in alcune delle sezioni più sollecitate, del limite M_{pd} , per esempio con $M_3 = M_{pd}$ (v. fig. 45d), il diagramma dei momenti sulla campata di sinistra (sull'altra è simmetrico) è dato da:

$$M = \left(\frac{pl}{2} - \frac{M_{pd}}{l} \right) x - \frac{p x^2}{2}$$

Il massimo momento si verifica per

$$x = \frac{l}{2} - \frac{M_{pd}}{pl}$$

e vale

$$M_{\max} = \frac{p}{2} \left(\frac{l}{2} - \frac{M_{pd}}{pl} \right)^2 \quad (\leq M_{pd})$$

Ricavando il carico p in funzione del momento massimo:

$$(58) \quad p = \frac{2}{\lambda^2} \left[(2 M_{\max} + M_{pd}) + 2 \sqrt{M_{\max}^2 + M_{\max} M_{pd}} \right]$$

si nota come questo vari al variare di M_{\max} . Il teorema statico afferma che il carico di collasso è il massimo fra quelli deducibili dalla condizione di plasticizzazione delle possibili situazioni equilibrate, per cui, ponendo al limite anche $M_{\max} = M_{pd}$, si ottiene

$$(58') \quad p_c = \frac{8 M_{pd}}{\lambda^2} \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \approx 1,46 \frac{8 M_{pd}}{\lambda^2}$$

e si raggiunge "dal basso" lo stesso limite espresso dalla (57') e raggiunto "dall'alto" tramite la via cinematica.

Si noti che arrestando il calcolo a questo punto non si ha alcuna informazione sulle deformazioni plastiche raggiunte dal materiale nella sezione sull'appoggio centrale, nella quale per prima si è superato il limite elastico e che da tale limite ha subito le deformazioni plastiche necessarie per redistribuire altrove i momenti durante la crescita del carico dal valore P_e al valore $1,46 P_e$. Resta indefinita pertanto la quota irreversibile della deformazione e nessuna previsione può essere effettuata sull'eventualità del collasso incrementale.

2 - INSTABILITA' DELLE ASTE A PARETE PIENA

2.1 Carico critico di Eulero

Secondo il metodo "statico" di Eulero, la definizione del carico critico di un'asta soggetta a forza assiale di compressione si compie, attraverso l'ipotesi di elasticità del materiale, imponendo che l'asta permanga equilibrata anche per configurazioni "lievemente" inflesse fuori dall'assetto rettilineo dell'asse. Scrivendo l'eguaglianza tra il momento esterno $P y$ (v. fig. 46a) e quello interno elastico "di richiamo" $EJ y''$, si ottiene, previa l'impostazione delle condizioni al contorno per il rispetto dei vincoli alle estremità dell'asta, il valore della forza P per il quale detto equilibrio può sussistere "in modo indifferente" (la freccia f resta indeterminante). Com'è noto, la formula di Eulero

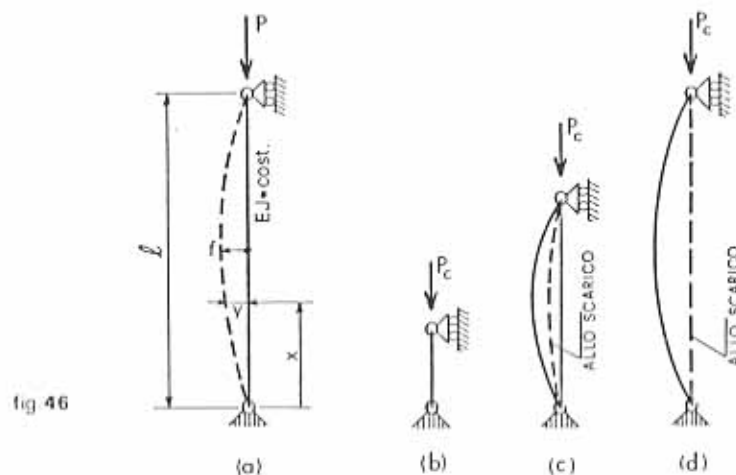


fig 46

Ricavando il carico p in funzione del momento massimo:

$$(58) \quad p = \frac{2}{\lambda^2} \left[(2 M_{\max} + M_{pd}) + 2 \sqrt{M_{\max}^2 + M_{\max} M_{pd}} \right]$$

si nota come questo vari al variare di M_{\max} . Il teorema statico afferma che il carico di collasso è il massimo fra quelli deducibili dalla condizione di plasticizzazione delle possibili situazioni equilibrate, per cui, ponendo al limite anche $M_{\max} = M_{pd}$, si ottiene

$$(58') \quad p_c = \frac{8 M_{pd}}{\lambda^2} \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \approx 1,46 \frac{8 M_{pd}}{\lambda^2}$$

e si raggiunge "dal basso" lo stesso limite espresso dalla (57') e raggiunto "dall'alto" tramite la via cinematica.

Si noti che arrestando il calcolo a questo punto non si ha alcuna informazione sulle deformazioni plastiche raggiunte dal materiale nella sezione sull'appoggio centrale, nella quale per prima si è superato il limite elastico e che da tale limite ha subito le deformazioni plastiche necessarie per redistribuire altrove i momenti durante la crescita del carico dal valore P_e al valore $1,46 P_e$. Resta indefinita pertanto la quota irreversibile della deformazione e nessuna previsione può essere effettuata sull'eventualità del collasso incrementale.

2 - INSTABILITA' DELLE ASTE A PARETE PIENA

2.1 Carico critico di Eulero

Secondo il metodo "statico" di Eulero, la definizione del carico critico di un'asta soggetta a forza assiale di compressione si compie, attraverso l'ipotesi di elasticità del materiale, imponendo che l'asta permanga equilibrata anche per configurazioni "lievemente" inflesse fuori dall'assetto rettilineo dell'asse. Scrivendo l'eguaglianza tra il momento esterno $P y$ (v. fig. 46a) e quello interno elastico "di richiamo" $EJ y''$, si ottiene, previa l'impostazione delle condizioni al contorno per il rispetto dei vincoli alle estremità dell'asta, il valore della forza P per il quale detto equilibrio può sussistere "in modo indifferente" (la freccia f resta indeterminante). Com'è noto, la formula di Eulero

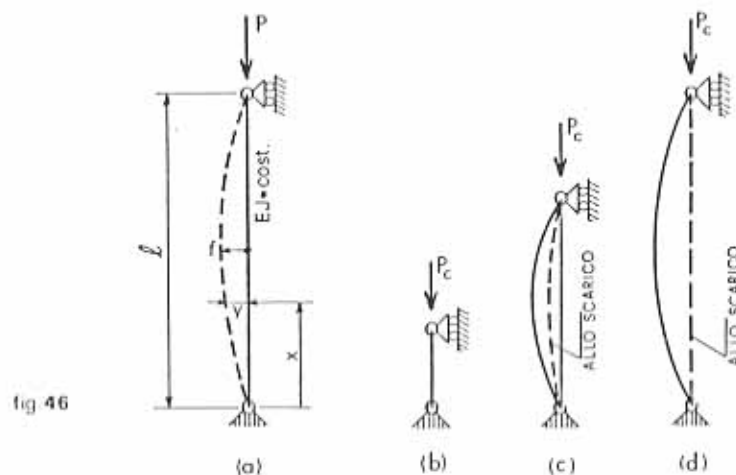


fig 46

$$(59) \quad P_E = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$$

fornisce questo valore del carico, che è detto "critico", e che corrisponde allo stato limite di instabilità elastica dell'asta.

Per vincoli diversi, la (59) si pone come

$$(59') \quad P_E = \frac{\pi^2 EJ}{l_0^2}$$

dove $l_0 = \beta l$ è la lunghezza di libera inflessione dell'asta, che corrisponde alla distanza tra due punti di flesso della teorica deformata sotto carico critico (v. fig. 47).

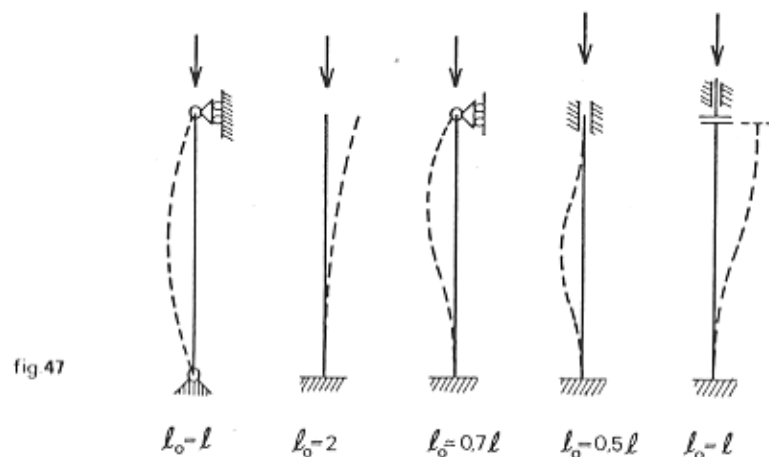


fig 47

In termini di tensione, ponendo $\sigma_E = P_E/A$, la (59') diviene:

$$(60) \quad \sigma_E = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

dove

$$\lambda = \frac{l_0}{i_m}$$

è la snellezza dell'asta, rapporto fra la lunghezza di libera inflessione ed il raggio giratore (minimo) d'inerzia della sezione ($i_m = \sqrt{J/A}$). La tensione critica data dalla (60), che corrisponde alla legge costitutiva σ - ϵ rappresentata in fig. 48a, è espressa dalla curva di fig. 48b.

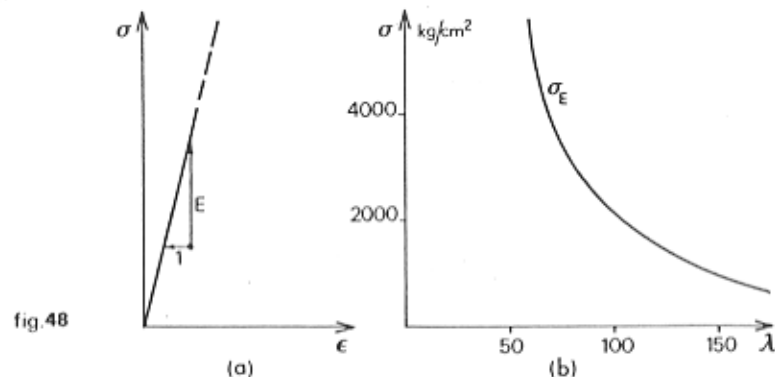


fig.48

La prima limitazione dell'applicabilità della (60) appare subito evidente se si pensa che, oltre il limite di snervamento dell'acciaio, l'ipotesi di elasticità non è più sostenibile: il diagramma costitutivo σ - ϵ non è indefinito come in fig. 48a, ma è limitato come in fig. 49a. Se si assume per esatto quest'ultimo diagramma, la formula di Eulero va applicata finché risulti:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \ll \sigma_s$$

Ponendo l'eguale, si ottiene

$$\lambda^* = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_s}}$$

limite sotto il quale il collasso non è più instabile, ma avviene per snervamento del materiale. La curva $\sigma_c = \sigma_c(\lambda)$ si modifica pertanto come indicato in fig. 49b, e viene a dipendere dalla qualità dell'acciaio. Siccome il diagramma σ - ϵ dedotto sui provini del materiale è assai prossimo a quello di fig. 49a, evidenziando un limite di proporzionalità di poco inferiore a quello di snervamento, si potrebbe dedurre che la curva di fig. 49b

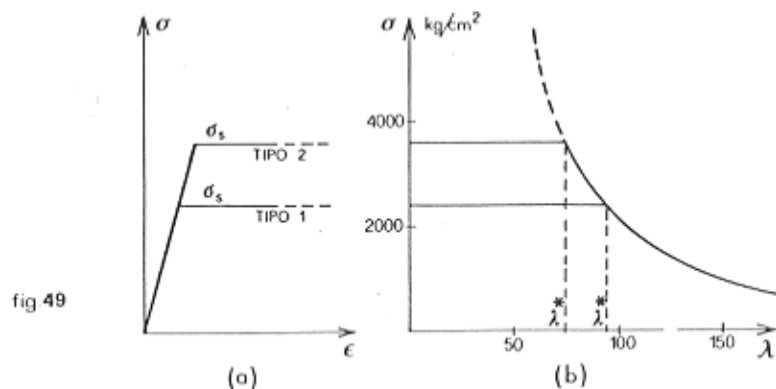


fig 49

rappresentati con buona approssimazione il comportamento delle reali membrature in acciaio soggette a carico di punta.

2.2 Instabilità elastoplastica

Un'importante serie di prove condotta da Tetmajer (1) ha mostrato per via sperimentale che la curva di fig. 49b non corrisponde al reale comportamento del materiale. Eseguendo prove a compressione su aste di eguale sezione e di diverse lunghezze si nota che il limite di validità della formula di Eulero è più lontano di quello λ^* ottenuto nel precedente paragrafo; si nota in più che sotto tale limite il collasso avviene ancora per instabilità e cioè con sbandamento laterale dell'asta, eccetto che per aste molto tozze per le quali si manifesta tramite il solo snervamento.

In definitiva vi è un primo campo di snellezze molto basse per le quali il carico ultimo della prova si evidenzia senza sensibile sbandamento laterale dell'asta (v. fig. 46b); la rottura viene definita prismatica e si raggiunge per plasticizzazione del materiale. Vi è un campo intermedio in cui al collasso si evidenzia uno sbandamento laterale, che però non viene completamente restituito allo scarico (v. fig. 46c); la rottura viene definita instabile in fase elastoplastica. Vi è infine il campo delle snellezze elevate in cui si nota al collasso uno sbandamento laterale che viene interamente restituito allo scarico (v. fig. 46d); questo è il campo dell'in-

(1) L. Tetmajer e M. Ros, Laboratorio di Zurigo, 1925

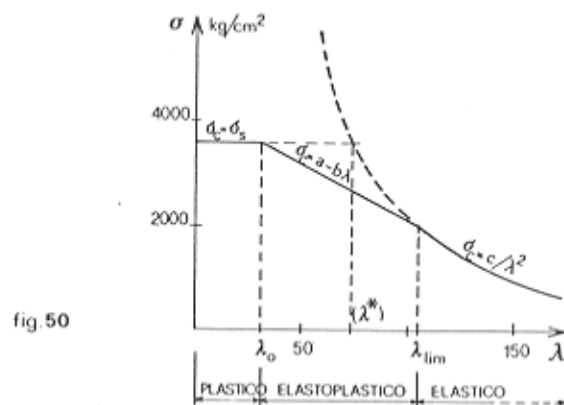


fig 50

stabilità elastica di Eulero.

"Mediando" i risultati delle prove, si era giunti ad un diagramma del tipo di quello di fig. 50, dove nel campo elastoplastico veniva assunta una retta del tipo

$$\sigma_c = a - b\lambda$$

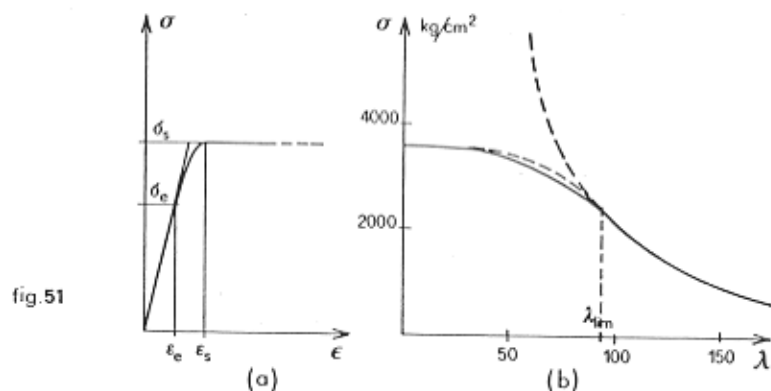


fig 51

Tale comportamento è dovuto al fatto che, sperimentato sui profilati commerciali e non sui piccoli provini di materiale, il diagramma σ - ϵ evidenzia un limite elastico notevolmente lontano dal limite di snervamento (v. fig. 51a). Questo deriva dalla presenza di autotensioni distribuite sulla sezione dei profilati come effetto residuo della laminazione (v. fig. 52).

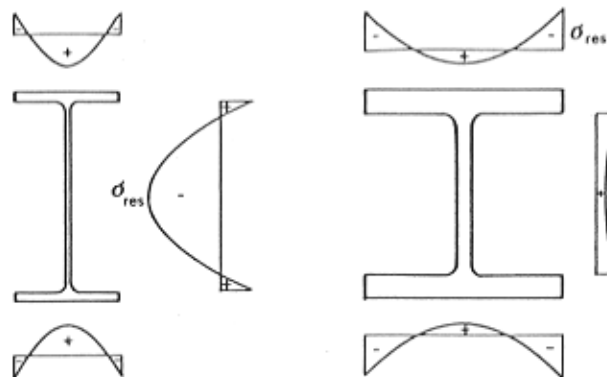


fig.52

La distribuzione delle autotensioni dipende dal tipo di profilato. Quando interviene la forza assiale di compressione, il suo effetto si somma alle autotensioni preesistenti. Parte della sezione risulterà pertanto più sollecitata, parte meno sollecitata. Il limite elastico della sezione verrà raggiunto quando

$$\frac{N}{A} + \sigma_{res} = \sigma_s$$

avendo indicato con σ_{res} la massima autotensione di compressione.

Agli effetti della resistenza della sezione le autotensioni giocano un ruolo trascurabile, in quanto al limite di completa plasticizzazione il bilancio torna alla pari. Agli effetti dell'instabilità invece, dove ciò che conta è il grado di elasticità della sezione, lo snervamento prematuro di alcune fibre gioca un ruolo molto sensibile.

Ben prima di Tetmajer e delle indagini sulle autotensioni residue da laminazione il problema teorico dell'instabilità elastoplastica era stato analizzato da Engesser (2).

Con riferimento ad un diagramma σ - ϵ del tipo di quello di fig. 53, secondo una prima ipotesi si suppone che il carico aumenti sull'asta rettilinea indeformata fino a giungere sul punto l . Sulla sezione agisce la tensione $\sigma_0 = N/A$. Se ora subentra una piccola deformazione flessionale, la sezione ruota parte scaricandosi, parte caricandosi maggiormente. Su quest'ultima parte le tensioni aumentano da C a C' seguendo la tangente della curva σ - ϵ . Sulla prima parte le tensioni regrediscono da c a C'' secondo l'inclinazione elastica iniziale della curva. Il diagramma delle tensioni dov

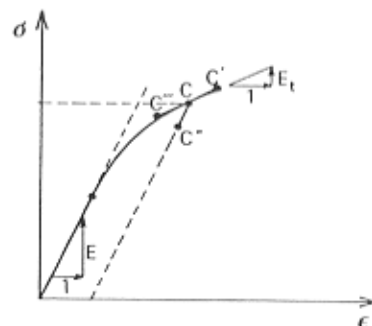


fig 53

to alla rotazione flessionale della sezione è pertanto quello rappresentato in fig. 54. Se θ è la curvatura, si ha (la sezione ruota attorno ad n rimanendo piana):

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= E \epsilon_1 = E h_1 \theta \\ \sigma_2 &= E_t \epsilon_2 = E_t h_2 \theta \end{aligned}$$

avendo indicato con E_t il modulo tangente.

La posizione dell'asse neutro dipende dalla forma della sezione. Per una sezione rettangolare si può porre

$$\frac{1}{2} \sigma_1 h_1 b = \frac{1}{2} \sigma_2 h_2 b$$

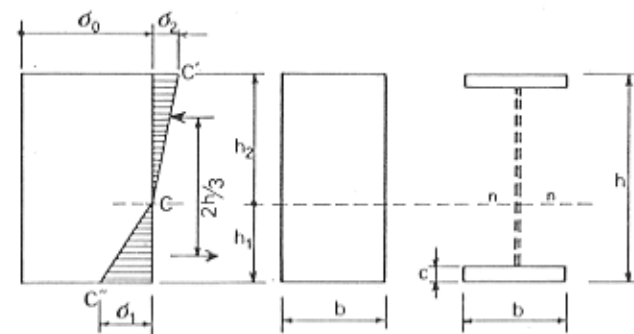


fig 54

(2) F. Engesser, Z.Ver. dent. Ingr., vol. 42, 1898

che rappresenta l'equilibrio alla traslazione lungo l'asse dell'asta. Si ha cioè:

$$Eh_1^2 = E_t h_2^2$$

con $h = h_1 + h_2$ da cui si ricava:

$$h_1 = \frac{\sqrt{E_t}}{\sqrt{E} + \sqrt{E_t}} h \quad h_2 = \frac{\sqrt{E}}{\sqrt{E} + \sqrt{E_t}} h$$

Il momento flettente vale pertanto

$$M = \frac{1}{2} G_1 h_1 b \frac{2}{3} h = \frac{1}{3} E h_1^2 \theta bh$$

e cioè

$$(61) \quad M = \frac{4 E E_t}{(\sqrt{E} + \sqrt{E_t})^2} \frac{bh^3}{12} \theta = E_r J \theta$$

avendo indicato con

$$E_r = \frac{4 E E_t}{(\sqrt{E} + \sqrt{E_t})^2}$$

il modulo ridotto.

Per una sezione a doppio T ideale (v. sempre fig. 54) per l'equilibrio si può porre:

$$\sigma_1 cb = \sigma_2 cb$$

e cioè

$$Eh_1 = E_t h_2$$

con $h = h_1 + h_2$.

Si ricava pertanto:

$$h_1 = \frac{E_t}{E + E_t} h \quad h_2 = \frac{E}{E + E_t} h$$

e di conseguenza:

$$M = \sigma_1 cbh = E h_1 \theta cbh$$

da cui si ottiene finalmente

$$(62) \quad M = \frac{2 E E_t}{E + E_t} 2 cb \left(\frac{h}{2}\right)^2 \theta = E_r J \theta$$

dove E_r è la nuova espressione del modulo ridotto valida per il doppio T ideale.

Secondo una seconda ipotesi, all'aumentare del carico verso il valore critico corrisponde l'incremento simultaneo dello sforzo assiale e della componente flettente; il decremento delle tensioni dalla parte convessa dell'asta sarebbe dunque compensato dal contemporaneo aumento della compressione assiale. Su tutta la sezione quindi non vi sarebbe "scarico" ed il comportamento del materiale seguirebbe ovunque la tangente alla curva $\sigma - \epsilon$ (da C a C' per la parte più compressa, da C a C'' per la parte meno compressa). Per la flessione si avrebbe pertanto l'equilibrio.

$$(63) \quad M = E_t J \theta$$

avendo indicato con E_t il modulo tangente.

Questa seconda ipotesi del modulo tangente, dovuta a Engesser-Shanley, è più cautelativa della prima ipotesi del doppio modulo (o del "modulo ridotto"), dovuta a Engesser-Karman, perchè considera flessionalmente più flessibile la sezione ($E_t < E_r$).

Sostituendo, nell'equilibrio proprio del metodo statico di Eulero, al modulo elastico E quello tangente E_t (o quello ridotto E_r), si perviene dunque alla formula

$$(63) \quad \sigma_c = \frac{\pi^2 E_t}{\lambda^2}$$

che sostituisce la (60) nel campo dell'instabilità elastoplastica e cioè per

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \rightarrow \sigma_e$$

da cui (v. fig. 51b):

$$\lambda_{lim} = \sqrt{\frac{E}{\sigma_e}}$$

2.3 Metodo omega di verifica

Si supponga che la tensione σ , nell'intervallo $\xi_e \leq \xi \leq \xi_s$ (v. fig. 51a), vari con legge parabolica:

$$(64) \quad \sigma - \sigma_e = E (\xi - \xi_e) - \frac{E^2}{4(\sigma_s - \sigma_e)} (\xi - \xi_e)^2$$

definita dalle condizioni

$$\begin{cases} \sigma(\xi_e) = \sigma_e \\ \left[\frac{d\sigma}{d\xi} \right]_{\xi=\xi_e} = E \\ \left[\frac{d\sigma}{d\xi} \right]_{\xi=\xi_s} = 0 \end{cases}$$

Nel medesimo intervallo il modulo tangente è dato da

$$E_t = \frac{d\sigma}{d\xi} = E - \frac{E^2}{2(\sigma_s - \sigma_e)} (\xi - \xi_e)$$

che, espresso in funzione di σ tramite la (64) diventa:

$$(65) \quad E_t = E \sqrt{1 - \frac{\sigma - \sigma_e}{\sigma_s - \sigma_e}}$$

Introducendo, per $\sigma = \sigma_c$, la (65) nella (63), si ottiene:

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \sqrt{1 - \frac{\sigma_c - \sigma_e}{\sigma_s - \sigma_e}} = \sigma_s \sqrt{1 - \frac{\sigma_c - \sigma_e}{\sigma_s - \sigma_e}}$$

da cui, esplicitando rispetto a σ_c :

$$(66) \quad \sigma_c = \sigma_s \left\{ \frac{\sigma_s^2}{2(\sigma_s - \sigma_e)} \left[-1 + \sqrt{1 + 4 \frac{\sigma_s(\sigma_s - \sigma_e)}{\sigma_s^2}} \right] \right\} = \sigma_s \alpha(\lambda)$$

In fig. 51b è riportata la curva espressa dalla (66) per $\sigma_s = 3600 \text{ Kg/cm}^2$ e per $\sigma_s / \sigma_e = 1,5$. A tratteggio si nota la curva che si otterrebbe con l'ipotesi del doppio modulo. Secondo la trattazione qui presentata non vi è distinzione tra "campo plastico" di rottura prismatica e "campo elastoplastico" di collasso instabile, essendo la resistenza retta sempre dalla (66), che per $\lambda \rightarrow 0$ ($\sigma_e \rightarrow \infty$) porta a $\sigma_c = \sigma_s$.

La verifica della tensione per un'asta compressa si esegue pertanto valutando da un lato la tensione agente

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

e dall'altro, in funzione della snellezza λ , la tensione resistente per carico di punta espressa dalla (66) o dalla (60)

$$\sigma_r = \sigma_c(\lambda)$$

e ponendo che la prima sia minore della seconda, previa ovviamente l'opportuna introduzione di coefficienti γ_f e γ_m :

$$\sigma < \sigma_r \quad \text{ovvero} \quad \frac{N}{A} < \sigma_s \alpha(\lambda)$$

Anzichè ridurre con $\alpha(\lambda)$ la tensione resistente, si può in via alternativa va tener fisso il "termine di confronto" σ_s ed amplificare fittiziamente la tensione agente per $\omega(\lambda) = 1/\alpha(\lambda) = \sigma_s / \sigma_c(\lambda)$:

$$(67) \quad \sigma = \omega(\lambda) \frac{N}{A} < \sigma_s$$

il che è equipollente ai fini della verifica. Questo metodo omega di verifica può ovviamente essere applicato anche in termini di sforzo assiale (o di

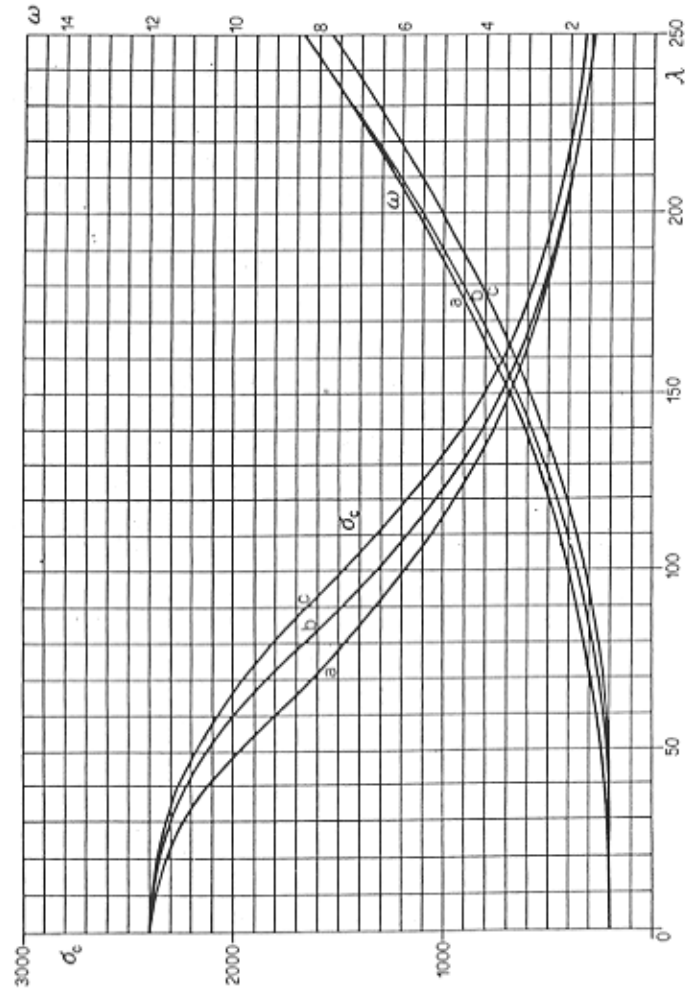


fig. 55 (a)

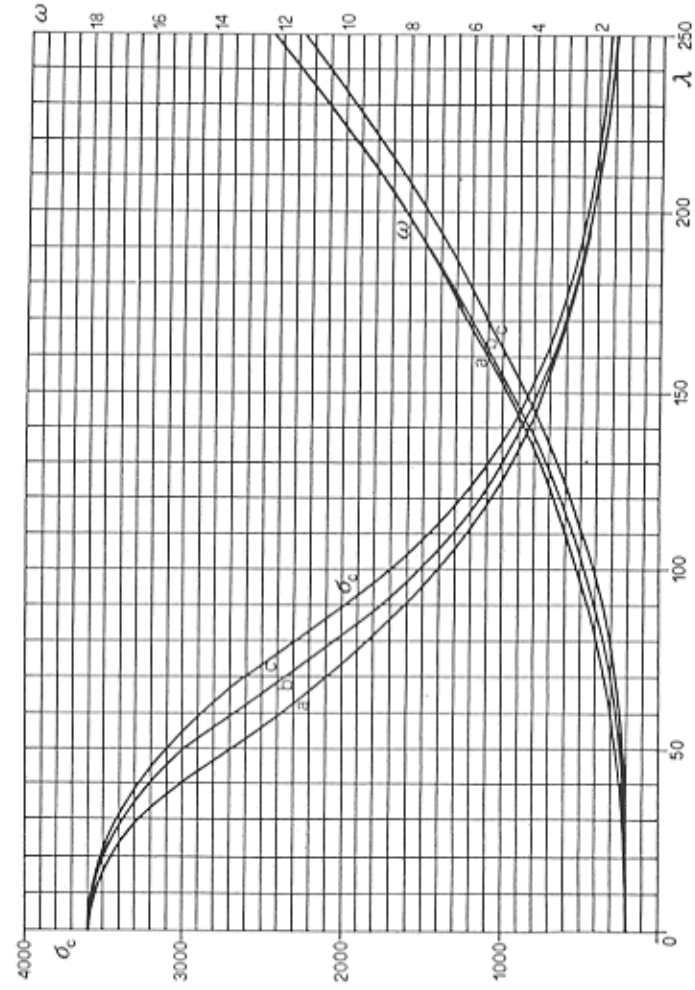


fig. 55 (b)

carico):

$$\omega(\lambda) N < N_r \quad (= \sigma_s A)$$

Le norme riportano i diversi valori dei coefficienti $\omega = \omega(\lambda)$ in funzione del tipo di acciaio ($\sigma_s = 2400 \div 3600 \text{ Kg/cm}^2$) e dei tipi di profilati ($\sigma_s / \sigma_e \approx 1,3 \div 1,7$), valori controllati in base ai risultati sperimentali e corretti secondo più o meno spinte precisazioni delle formule teoriche.

Una diversa rappresentazione del diagramma $\sigma - \epsilon$, con conseguente diversa valutazione del modulo tangente, è per esempio quella basata sulla parabola cubica del tipo $\sigma = a + b\epsilon + c\epsilon^2 + d\epsilon^3$ definita nell'intero intervallo $0 \leq \epsilon \leq \epsilon_s$. Questo modello matematico non evidenzia più una snellezza limite a separazione del "campo elastoplastico" dal "campo elastico" e porta a lievi differenze del carico critico anche per aste molto snelle.

In fig. 55 sono riportate le curve proposte dalle norme CNR-UNI 10011-73. Le curve "a" si riferiscono a profili composti, quelle "b" a sezioni a doppio T, quelle "c" ai tubi.

2.4 - Aste pressoinflesse

Si consideri l'asta di fig. 56 soggetta a pressoflessione. Risolta con la teoria del second'ordine, che non trascura spostamenti y rispetto alla retta d'azione della forza P , l'asta si deforma secondo la "linea elastica"

$$(68) \quad y(x) = \frac{W}{\alpha^2 EJ} \left\{ \frac{\sin \alpha x + \sin \alpha (l-x)}{\sin \alpha l} - 1 \right\}$$

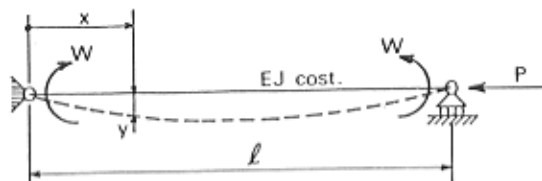


fig. 56

essendo

$$\alpha = \sqrt{\frac{P}{EJ}}$$

Il momento flettente non è costante, come vorrebbe la teoria del prim'ordine, ma varia lungo l'asta con legge

$$M(x) = Py(x) + W = -EJ y''(x) = W \frac{\sin \alpha x + \sin \alpha (l-x)}{\sin \alpha l}$$

Essendo $\cos \alpha l \approx 1$ anche per la teoria del second'ordine, lo sforzo assiale rimane invece costante:

$$N(x) = P = \text{cost.}$$

La sezione più sollecitata è quella di mezzaria dove il momento flettente vale:

$$(69) \quad M = M\left(\frac{l}{2}\right) = W \frac{2 \sin \alpha l/2}{\sin \alpha l} = \frac{1}{\cos \alpha l/2} W$$

Il coefficiente $1/\cos \alpha l/2$ rappresenta dunque l'amplificazione del momento flettente dovuta alla presenza della forza assiale di compressione. Si nota che per

$$\cos \alpha l/2 = 0$$

e cioè per

$$\frac{\alpha l}{2} = (2n-1) \frac{\pi}{2}$$

il momento flettente va all'infinito pur sotto carichi (W e P) di entità finita. Questo è un equipollente aspetto del carico critico, per cui si ricava ancora (con $n=1$):

$$\sqrt{\frac{P}{EJ}} l = \pi$$

e cioè

$$P_E = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$$

Il valore del carico critico dunque, nell'ipotesi di perfetta ed indefinita elasticità (v. fig. 48a), non sarebbe influenzato dalla presenza di un momento flettente.

Per un comportamento elastico limitato del tipo di quello di fig. 49a, la verifica si scrive imponendo che lo sforzo sia finito ($\sigma < \sigma_s$) e compreso entro il limite dello snervamento:

$$(70) \sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{W_e} < \sigma_s$$

... in termini di tensione;

$$(71) \frac{N}{N_s} + \frac{M}{M_e} < 1$$

$$(71') \frac{P}{N_s} + \frac{1}{\cos \alpha l/2} \frac{W}{M_e} < 1$$

... in termini di sforzo o di carico.

Si nota che per $W=0$ si toglie nelle (70) e (71), assieme al termine flessionale, anche l'effetto instabilizzante del carico assiale. Dette formule vanno quindi modificate formalmente come qui di seguito indicato. Posto per brevità $\nu = P/N_s$ e $\mu = W/M_e$, si moltiplicano ambo i membri della (71') per $\cos \alpha l/2$:

$$\nu \cos \alpha l/2 + \mu < \cos \alpha l/2$$

ovvero

$$\mu < (1 - \nu) \cos \alpha l/2$$

Si pone poi (con $J/A = i^2$):

$$\frac{\alpha l}{2} = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{PA}{EJA}} = \frac{1}{2} \lambda \sqrt{\frac{\sigma_s}{E}} \frac{P}{A \sigma_s} = \frac{1}{2} \lambda \sqrt{\frac{\sigma_s}{E}} \nu$$

La (71') diviene pertanto

$$(72) \mu < (1 - \nu) \cos \frac{1}{2} \lambda \sqrt{\frac{\sigma_s}{E}} \nu$$

Per $\mu = 0$, la (72), che va applicata per $0 < \nu < 1$, porta a

$$\cos \frac{1}{2} \lambda \sqrt{\frac{\sigma_s}{E}} \nu > 0$$

e cioè

$$\frac{1}{2} \lambda \sqrt{\frac{\sigma_s}{E}} \nu < \frac{\pi}{2}$$

$$\nu < \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \frac{1}{\sigma_s}$$

che coincide ancora, per $\lambda > \lambda^*$ (v. fig. 49b), con la formula di Eulero.

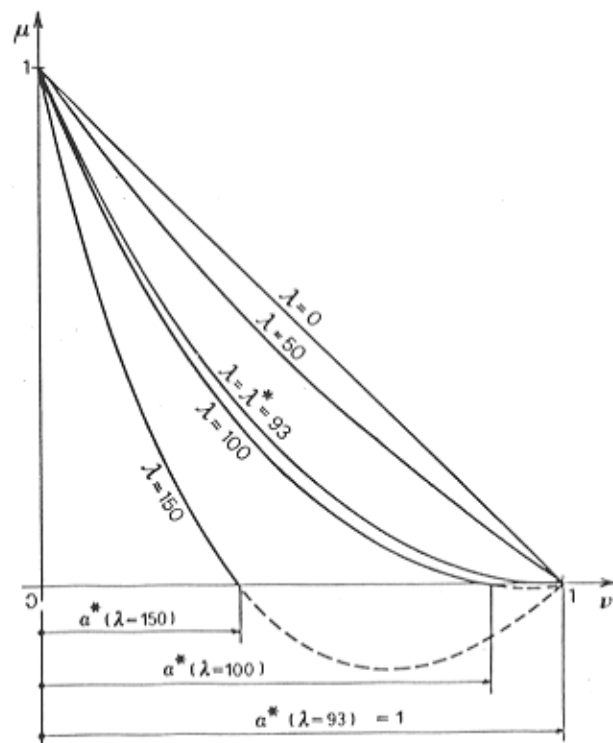


fig. 57

In fig. 57 sono riportate le frontiere di stabilità dedotte ponendo l'eguale nella (72), per diversi valori della snellezza λ e con riferimento all'acciaio tipo 1 ($\sigma_s = 2400 \text{ Kg/cm}^2$). Per $0 < \lambda < \lambda^*$ le curve intersecano l'asse delle ascisse nel punto $\nu = 1$; per $\lambda = \lambda^*$ la curva è tangente all'asse delle ascisse nel punto $\nu = 1$; per $\lambda > \lambda^*$ le curve intersecano l'asse delle ascisse nei punti $\nu = \alpha(\lambda) = P_c/N_s (< 1)$.

Con riferimento al reale comportamento elastoplastico dei profilati commerciali, per esempio quello schematizzato nel diagramma σ - ϵ di fig. 51a, l'analisi va impostata tenendo conto della rigidità flessionale EJ variabile con lo sforzo. In questo caso il modulo tangente E_t varierebbe anche punto per punto nel materiale, in quanto è presente, già prima dello sbandamento instabile, un momento flettente variabile lungo l'asta.

Se si accetta l'approssimazione che, al fine di valutare l'amplificazione del momento flettente dovuta alla presenza della forza assiale, la rigidità flessionale della sezione sia rappresentata con sufficiente precisione dal modulo elastico tangente della fibra "mediamente" sollecitata (quella con $\sigma_0 = N/A$), allora il calcolo può essere dedotto da quello elastico prima presentato, introducendo, al posto di $EJ = \text{cost.}$, la rigidità tangente $E_t J$, variabile con lo sforzo N ma non con l'ascissa x . In questo modo la (72) diviene

$$(73) \mu < (1-\nu) \cos \frac{1}{2} \lambda \sqrt{\frac{\sigma_s}{E_t} \nu}$$

Se, per esempio, vale la (65), si ha:

$$(74) \mu < (1-\nu) \cos \frac{1}{2} \lambda \sqrt{\frac{\sigma_s \nu}{E} \sqrt{\frac{1-\sigma_0/\sigma_s}{1-\sigma_e/\sigma_s}}} = \\ = (1-\nu) \cos \frac{1}{2} \lambda \sqrt{\frac{\sigma_s \nu}{E} \sqrt{\frac{1-\psi}{1-\nu}}}$$

formula applicabile per $\nu \gg \psi$ ($\sigma_0 \gg \sigma_e$), con $\psi = \sigma_e/\sigma_s$ e $\sigma_0/\sigma_s = P/N_s = \nu$. Per $\nu < \psi$ vale ancora la (72).

Elaborata per $\psi = 0,67$ e per $\sigma_s = 2400 \text{ Kg/cm}^2$, la (74) fornisce le frontiere di stabilità rappresentate in fig. 58. Tutte le curve, per $\lambda > 0$, inter-

secano l'asse delle ascisse in punti $\nu = \alpha(\lambda) = P_c/N_s < 1$, corrispondenti alle ordinate adimensionalizzate del diagramma di fig. 51b.

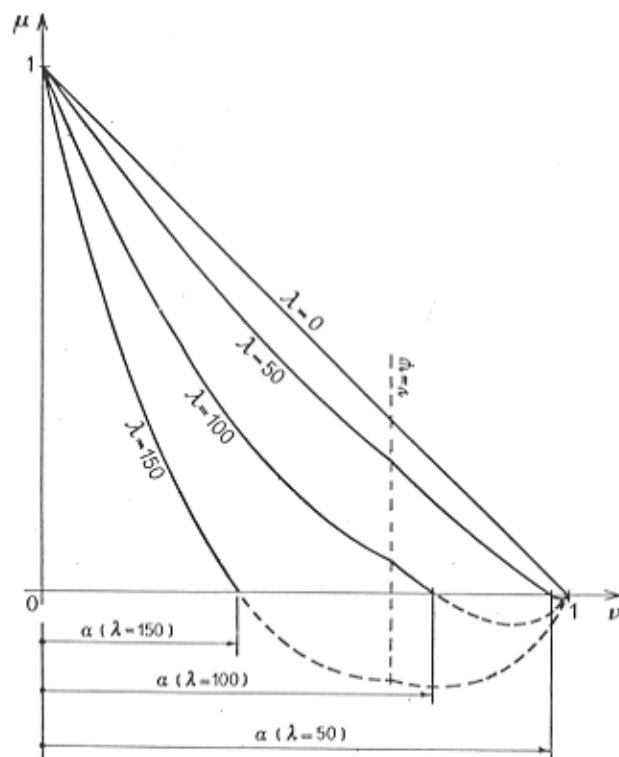


fig. 58

Essendo

$$\lambda \sqrt{\frac{\sigma_s}{E_t} \nu} = \pi \sqrt{\frac{\sigma_s}{\pi^2 E_t} \nu} = \pi \sqrt{\omega(\lambda) \nu}$$

con $\omega(\lambda) = \sigma_s/\sigma_e = 1/\alpha(\lambda)$, la (73) può anche essere posta come

$$(75) \mu < (1-\nu) \cos \frac{\pi}{2} \sqrt{\omega(\lambda) \nu}$$

in cui si utilizzano i coefficienti ω definiti al precedente paragrafo.

Nel calcolo, taluni preferiscono assumere per il coseno i primi due termini del suo sviluppo in serie opportunamente corretti, ottenendo:

$$(76) \mu < (1-\nu)(1 - \frac{\pi^2}{8} W(\lambda)\nu + \dots) \approx (1-\nu)(1-W(\lambda)\nu) = (1-\nu)(1-P/P_c)$$

ovvero

$$(77) \frac{P}{N_s} + \frac{1}{1-P/P_c} \frac{W}{M_e} < 1$$

dove $P_c = \sigma_s A / W(\lambda)$.

Per un calcolo allo stato limite convenzionale di rottura, basta sostituire nelle (70) e (71), al posto di M_e ed M_e , $M_{rd} = \beta_d M_e$ ed $M_{rd} = \beta_d M_e$, ottenendo per esempio:

$$(77') \frac{P}{N_s} + \frac{1}{1-P/P_c} \frac{W}{M_{rd}} < 1$$

ovvero

$$(77'') \frac{P}{A} + \frac{1}{1-P/P_c} \frac{W}{W_{rd}} < \sigma_s$$

fig. 59

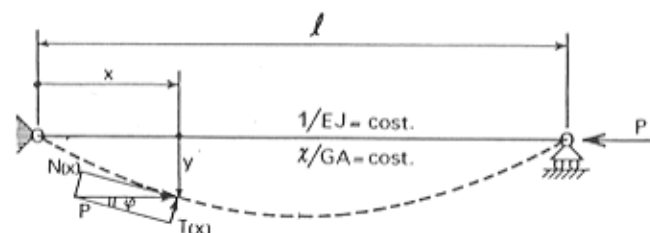


Se l'asta è soggetta, oltre che alla forza assiale di compressione, a due momenti terminali W_1 e W_2 di valore diverso (v. fig. 59), la trattazione svolta in maniera analoga alla precedente porta ancora alle (77), purchè si ponga per W il maggiore in valore assoluto tra W_1 , W_2 e

$$W_0 = \sqrt{0,3 (W_1^2 + W_2^2) + 0,4 W_1 W_2}$$

3 - INSTABILITA' DELLE ASTE BINATE

fig. 60



3.1 Influenza della deformazione per taglio

Nel precedente capitolo per il calcolo del carico critico si è tenuto conto della sola deformazione flessionale dovuta al momento flettente. Nella generica sezione di ascissa x della trave di fig. 60 la curvatura $1/\rho$, oltre al momento flettente secondo quanto descritto in fig. 61a, è dovuta anche al taglio secondo quanto descritto in fig. 61b. Il primo contributo è proporzionale al momento flettente attraverso la flessibilità flessionale $1/EJ$ della sezione, il secondo contributo è proporzionale alla variazione del taglio attraverso la flessibilità tangenziale χ/GA della sezione stessa:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\varphi}{dx} \approx \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EJ} + \frac{\chi}{GA} \frac{dT(x)}{dx}$$

Nel caso di fig. 60 si ha

$$M(x) = Py$$

$$T(x) = P \sin \varphi \approx P \frac{dy}{dx}$$

per cui la condizione di equilibrio che definisce il carico critico diventa

Il valore massimo del momento si ha nella sezione di mezzeria e vale:

$$M = P_c f$$

Chiamando A_1 l'area dei singoli correnti e d la loro distanza reciproca, la tensione sulla sezione di mezzeria del corrente maggiormente compresso vale:

$$\sigma = \frac{P_c}{2A_1} + \frac{P_c f}{dA_1} = \sigma_c + \frac{P_c f}{dA_1}$$

Imponendo ora che tale tensione corrisponda al limite dello snervamento ($\sigma = \sigma_s$) si ottiene

$$f = (\sigma_s - \sigma_c) \frac{dA_1}{P_c}$$

Si è così quantificato il valore della freccia che corrisponde al limite della resistenza dei correnti. È possibile di conseguenza valutare, per tale situazione, lo sforzo di taglio. Il suo valore massimo si manifesta sulle sezioni estreme dell'asta:

$$T = T^* = P_c f \frac{\pi}{l} = (\sigma_s - \sigma_c) dA_1 \frac{\pi}{l}$$

Essendo

$$i = d/2 \quad \lambda = l/i \quad \sigma_s/\sigma_c = \omega(\lambda)$$

si ottiene finalmente

$$T^* = (\sigma_c 2A_1) (\pi \frac{\omega(\lambda) - 1}{\lambda})$$

e cioè

$$(89) \quad T^* = P_c p(\lambda)$$

essendo $p(\lambda) = (\pi/\lambda)(\omega(\lambda)-1)$ la frazione del carico critico P_c da considerarsi come taglio nel dimensionamento degli elementi di collegamento delle aste composte.

Il taglio T^* è detto fittizio perchè non corrisponde al reale stato di sforzo, ma rappresenta un valore limite cautelativo per il quale gli elementi di collegamento non si snervano prima dei correnti.

4 - I COLLEGAMENTI DEGLI ELEMENTI IN ACCIAIO

4.1 Bullonature normali

I bulloni

Un modo per realizzare i collegamenti fra i diversi "pezzi" di cui si compone una struttura in acciaio si basa sull'impiego dei bulloni del tipo di quello rappresentato in fig. 68. Introdotti negli appositi fori predisposti nella parti da unire, i bulloni funzionano di norma "a taglio", impedendo cioè lo scorrimento reciproco delle parti stesse grazie alla resistenza del gambo al taglio. Essi possono essere chiamati a sorreggere anche forze di trazione nella direzione del gambo.

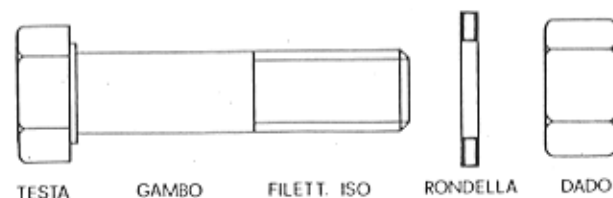


fig.68

Funzionamento analogo, e quindi eguali principi di calcolo, hanno i chiodi da carpenteria (v. fig. 69). Il loro impiego è oggi abbandonato e quindi non si ritiene di soffermarsi su di essi.

I bulloni sono prodotti nelle seguenti classi, cui corrispondono le tensioni ammissibili indicate in tabella. Tali tensioni si riferiscono quindi ad una verifica deterministica sotto i valori caratteristici delle azioni.

bullone classe	τ_{am} (Kg/cm ²)	σ_{am} (Kg/cm ²)
4D	1050	1400
5D	1500	1800
6D	1700	2000
8G	1900	2800
10K	2200	3900

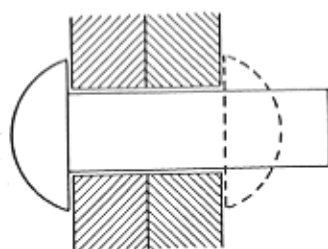


fig.69

I valori σ_{am} qui riportati valgono in assenza di apprezzabili flessioni parassite e di fenomeni di fatica.

Nel caso di sollecitazione composta di taglio e trazione, dovrà risultare

$$(90) \quad \left(\frac{\tau_b}{\tau_{am}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{\sigma_{am}} \right)^2 \leq 1$$

che rappresenta una condizione di resistenza sufficientemente comprovata dalle esperienze.

Verifiche dei bulloni al taglio

Le tensioni τ_b e σ_b rappresentano i "valori medi" di quelle effettive che sollecitano la sezione del gambo del bullone, valori calcolati secondo il metodo approssimato qui sotto presentato.

Il funzionamento di un collegamento fra due lamiera, chiamato a trasmettere una forza F da una parte all'altra, è rappresentato in fig.70. Lo scorrimento reciproco è contrastato dalle pressioni distribuite come indicato qualitativamente in figura. L'eccentricità delle forze da trasmettere provoca anche una flessione del gambo e delle conseguenti pressioni eccentriche della testa e del dado sulle lamiera. La forza F viene trasmessa dall'una all'altra parte del collegamento grazie al taglio che insorge nella sezione mediana del gambo.

Secondo il metodo approssimato:

- si trascura la flessione nel gambo;
- si trascura la trazione nel gambo dovuta alle pressioni sulla testa e sul dado;

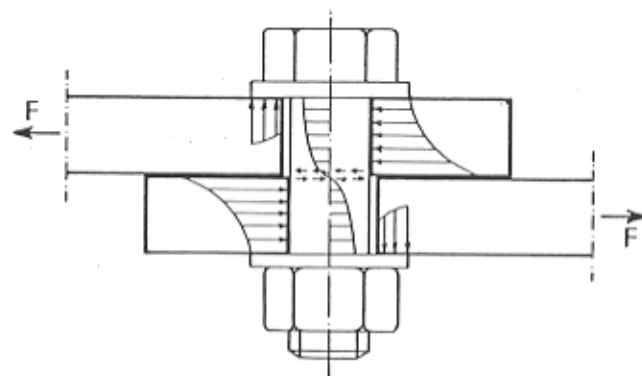


fig.70

- si ipotizza una distribuzione costante delle tensioni tangenziali τ_b sulla sezione del gambo (v. fig. 71a);
- si ipotizza una distribuzione costante delle pressioni di rifollamento σ_{rif} scambiate tra gambo e lamiera (v. fig. 71 a-b).

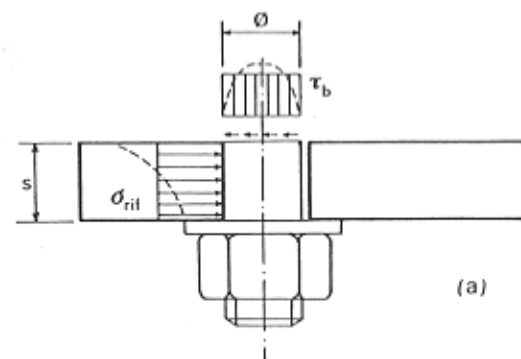
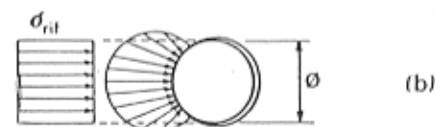


fig.71



Con tali semplificazioni si ha quindi:

$$\tau_b = \frac{F}{A_b} \quad \text{con } A_b = \frac{\pi \phi^2}{4}$$

$$\sigma_{rif} = \frac{F}{s\phi}$$

La verifica del taglio nel gambo del bullone si pone di conseguenza come:

$$\tau_b \leq \tau_{am}$$

con τ_{am} del bullone; quella al rifollamento della lamiera come:

$$\sigma_{rif} \leq 2 \sigma_{am}$$

con σ_{am} della lamiera.

Quest'ultima verifica garantisce contro l'ovalizzazione del foro dovuta alla plasticizzazione della lamiera sotto le pressioni di contatto. La prima garantisce ovviamente contro il tranciamento del bullone.

Con riferimento all'unione di fig. 72 le medesime verifiche delle tensio

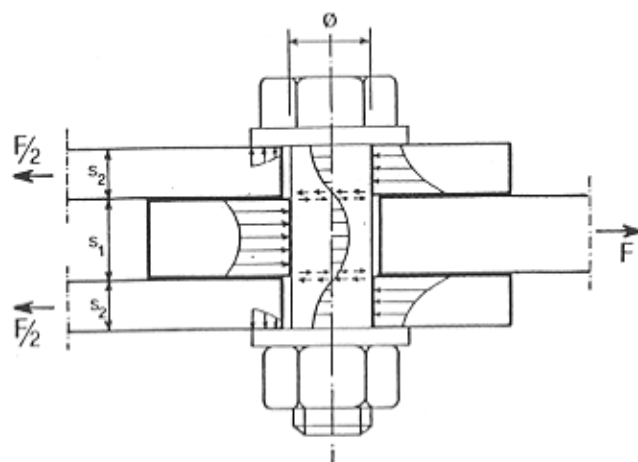


fig.72

ni medie si pongono come:

$$\tau_b = \frac{F}{2A_b} \leq \tau_{am} \quad (\text{del bullone})$$

$$\sigma_{rif} = \max \left(\frac{F}{s_1 \phi}, \frac{F/2}{s_2 \phi} \right) \leq \sigma_{am} \quad (\text{della lamiera})$$

Si nota come il bullone, che in questo caso lavora su due sezioni, ha efficacia doppia rispetto al caso di fig. 70.

Altri problemi delle unioni bullonate

Per avere un quadro più completo dei problemi di calcolo connessi con il funzionamento delle unioni bullonate, si consideri la fig. 73 in cui sono qualitativamente rappresentati i tipi di rottura. Il caso a si riferisce al tranciamento del bullone dovuto ad una insufficiente sezione del suo gambo; il caso b all'ovalizzazione del foro per rifollamento della lamiera dovuta ad un suo spessore insufficiente in rapporto al diametro del bullone; il caso c allo strappamento della lamiera dovuto ad una eccessiva vicinanza del bullone al bordo della lamiera; il caso d alla rottura della sezione della lamiera indebolita, rispetto a quella corrente, dalla presenza del foro.

Per istituire le verifiche anche negli ultimi due casi, si consideri

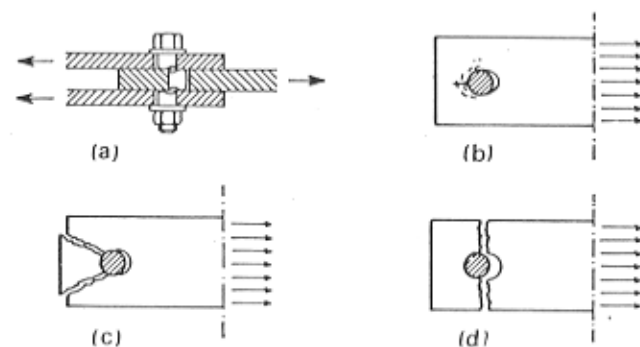


fig.73

la fig. 74. Lo strappamento della lamiera (caso c) può essere correlato allo schema semplificato che prevede un pezzo terminale largo β , lungo $(m-1/4)\beta$ e spesso s , premuto da una parte dalla pressione di rifollamento σ_{rif} , e trattenuto dai lati grazie alle tensioni tangenziali τ costanti. Per l'equilibrio del pezzo risulta

$$2\tau(m - \frac{1}{4})\beta s = \sigma_{rif}\beta s$$

da cui

$$m = \frac{\sigma_{rif}}{2\tau} + \frac{1}{4}$$

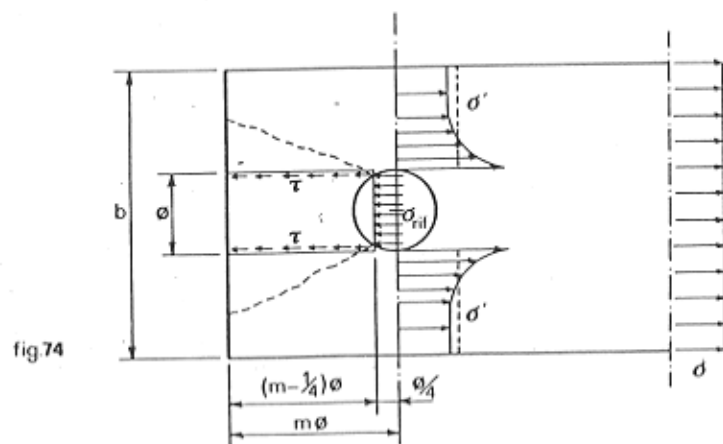


fig.74

Imponendo che il limite dello strappamento sopraggiunga contemporaneamente a quello del rifollamento, si ha

$$m = \frac{(2\sigma_{am})}{2(\sigma_{am}/\sqrt{3})} + \frac{1}{4} = 1,73 + 0,25 \approx 2$$

Imponendo che la distanza tra il centro del foro ed il bordo della lamiera sia almeno pari a 2 volte il diametro ϕ , la verifica al rifollamento garantisce dunque anche contro lo strappamento.

Il caso d si riferisce infine all'incremento che le tensioni σ subiscono al passaggio dalla sezione corrente della lamiera ($\sigma = F/sb = \text{cost.}$)

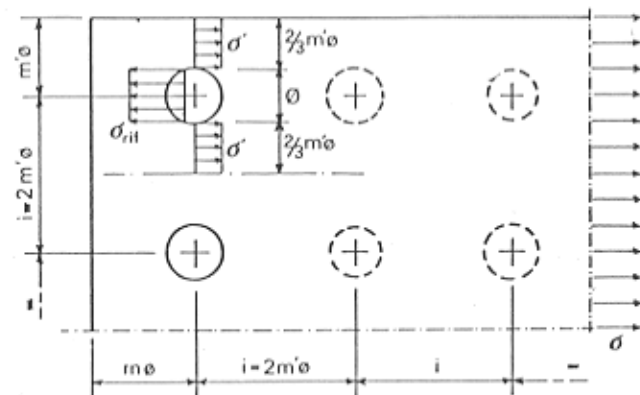


fig.75

alla sezione indebolita dal foro. Su questa sezione la distribuzione delle tensioni non è costante ma manifesta una concentrazione di sforzi vicino al foro (v. fig. 74). Tenendo conto che al limite della completa plasticizzazione le tensioni si ridistribuiscono in modo uniforme, la verifica può essere posta con riferimento alla tensione media

$$\sigma' = \frac{F}{s(b-\phi)}$$

Bisogna però ricordare che le punte di tensione esistenti attorno al foro possono essere causa dell'innesco di rotture fragili.

Distanze fra i bulloni

Vi sono altre limitazioni poste dalle norme alla distanza fra i bulloni, oltre a quella $m \geq 2$ misurata nella direzione dello sforzo dal bordo della lamiera. Il criterio con cui vengono definite tali limitazioni può essere descritto con riferimento alla fig. 75.

Supponendo uno schema indefinito, trasversale allo sforzo, con il primo bullone posto ad una distanza $m'\phi$ dal bordo laterale della lamiera ed i successivi ad un interasse $i = 2m'\phi$, si mettono assieme le formule relative alla pressione di rifollamento (caso b di fig. 73) e alle tensioni medie sulla sezione indebolita dai fori (caso d di fig. 73):

$$2\sigma' \frac{2}{3} m' \delta s = \sigma_{rif} \delta s$$

da cui

$$m' = \frac{3\sigma_{rif}}{4\sigma'}$$

Imponendo che il limite della rottura della sezione indebolita sopraggiunga contemporaneamente a quello del rifollamento, si ha:

$$m' = \frac{3(2\sigma_{am})}{4(\sigma_{am})} = 1,5$$

Con $m' \geq 1,5$, la verifica al rifollamento garantisce anche contro la rottura della sezione indebolita dai fori. Ciò vale ovviamente solo per l'ultima fila di bulloni prossima al bordo d'estremità della lamiera.

La stessa limitazione $i \geq 3\delta$ (v. fig. 75) è posta anche per l'interasse dei bulloni nella direzione dello sforzo, a cautela contro lo strappamento della lamiera dietro ogni bullone e per permettere la necessaria distribuzione degli sforzi sulle file successive.

Altre limitazioni riguardano le distanze massime in rapporto allo spessore delle lamiere, per garantire unioni sufficientemente rigide. Le limitazioni "tecnologiche" di ingombro e di montaggio vanno ovviamente viste caso per caso dal progettista in base alla geometria dell'unione.

Bulloni soggetti a trazione

Se infine il bullone è soggetto a trazione (v. fig. 76), la verifica si pone come:

$$\sigma'_b = \frac{F}{A_n}$$

essendo A_n l'area del nucleo e cioè quella del gambo depurata dalla filettatura. Se la trazione nel gambo agisce contemporaneamente al taglio, la tensione normale nel gambo, da impiegarsi nella (90), va riferita alla sua sezione totale:

$$\sigma'_b = \frac{F}{A_b}$$

in quanto la sezione attraverso la quale si scambiano le tensioni tangenziali τ_b non coincide mai con la filettatura.

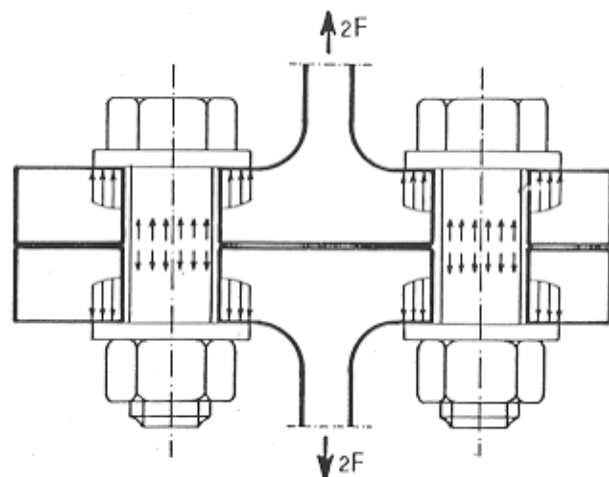


fig. 76

Vi sono vari altri problemi relativi alla verifiche delle lamiere unite tramite bulloni soggetti a trazione; per queste si dovrà caso per caso analizzare la diffusione degli sforzi e definire così il "funzionamento" dell'unione.

Distribuzione delle forze fra i bulloni

Con riferimento all'unione bullonata di fig. 77, un calcolo "teorico esatto", che tenga conto della deformabilità elastica sia delle lamiere sia dei bulloni, porterebbe ad una distribuzione non costante delle forze S_i sui diversi bulloni. I bulloni più esterni risulterebbero più sollecitati come qualitativamente indicato nel diagramma di figura.

In realtà tale calcolo porterebbe ad un'"esattezza" illusoria, in quanto i diversi giochi esistenti nelle sedi dei bulloni, dovuti alle tolleranze di esecuzione, fanno sì che, al crescere della forza F , i bulloni non en-

trano in funzione tutti contemporaneamente. La distribuzione delle forze S_i è sostanzialmente casuale, anche se può manifestare una certa prevalenza sistematica delle forze nei bulloni più esterni.

Tenendo conto di ciò e del fatto che la plasticizzazione di alcuni bulloni eventualmente sovrasollecati farebbe ridistribuire sugli altri i nuovi incrementi di forza, appare lecito assumere una distribuzione costante delle forze sui bulloni ($S \approx F/5 = \text{cost.}$ in fig. 5). Tale assunzione corrisponde alle seguenti ipotesi semplificative:

- si trascura la variabilità casuale dei giochi dei bulloni nelle loro sedi;
- nell'intorno della bullonatura si considerano le lamiere infinitamente rigide, trascurando la loro deformabilità rispetto a quella dei bulloni;
- si "concentra" la deformabilità elastica dell'unione in corrispondenza dei bulloni.

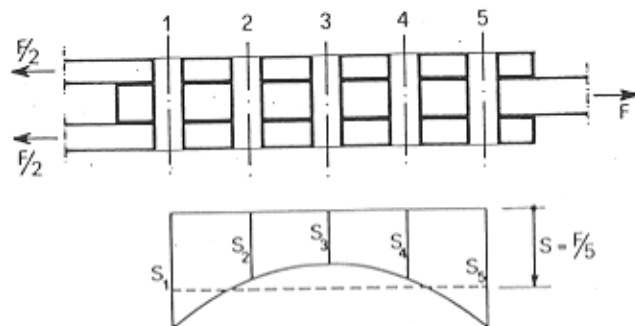


fig. 77

Applicando queste ipotesi al caso più generale di fig. 78, si può considerare la bullonatura come una "sezione" costituita da masse puntiformi, della quale si determinano in primo luogo il baricentro e gli assi principali d'inerzia. Nel caso di figura, supponendo i bulloni tutti eguali e pertanto tutte le "masse elastiche" pari ad 1, il baricentro sta nel centro geometrico di simmetria e gli assi principali coincidono con quelli x , y di simmetria.

Si trasporta dunque la forza F nel baricentro, evidenziando di conseguenza una componente verticale (lungo y)

$$V = F$$

ed una componente "torcente"

$$M = Fd$$

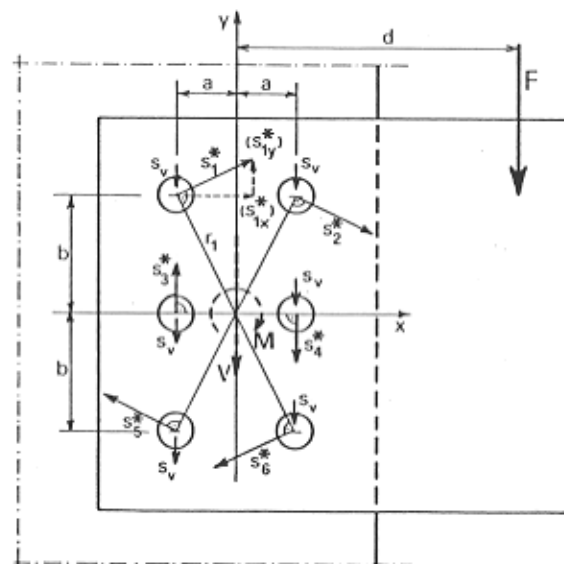
La prima componente provoca una traslazione verticale della piastra con deformazioni tutte eguali delle masse elastiche puntiformi (i bulloni); basta dunque dividere la forza V per l'area totale della sezione, che è pari a

$$A^* = 6$$

ottenendo

$$S_V = -\frac{V}{6} = \text{cost.} \quad (\text{dirette verso il basso})$$

fig. 78



La seconda componente provoca una rotazione della piastra attorno al baricentro della bullonatura, con deformazioni dei bulloni proporzionali alle rispettive distanze r_i dal baricentro stesso e dirette in senso normale al "raggio". Secondo la nota formula della torsione circolare, si deve valutare il momento d'inerzia polare J_p^* della sezione:

$$J_x^* = 2 \cdot 2 \cdot b^2 = 4b^2$$

$$J_y^* = 2 \cdot 3 \cdot a^2 = 6a^2$$

$$J_p^* = J_x^* + J_y^* = 4b^2 + 6a^2 \quad (= \sum_i r_i^2)$$

La forza radiale su ogni bullone vale

$$S_i^* = \frac{M}{J_p^*} r_i$$

ed ha le componenti

$$S_{ix}^* = \frac{M}{J_p^*} y_i$$

$$S_{iy}^* = \frac{M}{J_p^*} x_i$$

essendo x_i, y_i le coordinate del centro del bullone i -esimo.

Su sei bulloni di fig. 78 si avranno pertanto le seguenti forze:

n° bull.	S_x	S_y
1	$+(M/J_p^*)b$	$-V/6+(M/J_p^*)a$
2	$+(M/J_p^*)b$	$-V/6-(M/J_p^*)a$
3	0	$-V/6+(M/J_p^*)a$
4	0	$-V/6-(M/J_p^*)a$

n° bull.	S_x	S_y
5	$-(M/J_p^*)b$	$-V/6+(M/J_p^*)a$
6	$-(M/J_p^*)b$	$-V/6-(M/J_p^*)a$

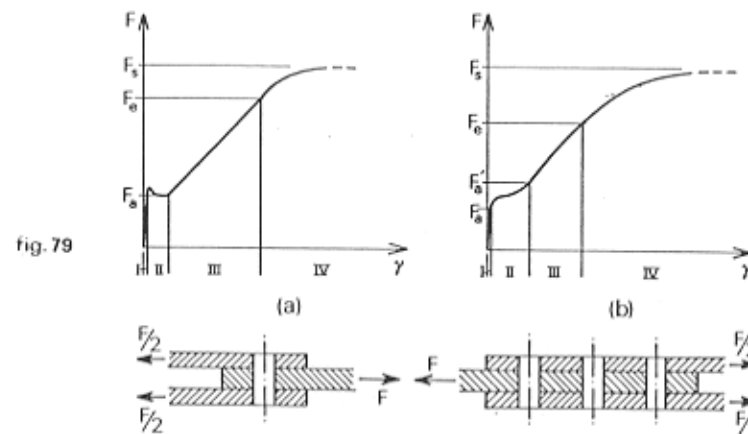
Sui bulloni 2 e 6, che sono i più sollecitati, la risultante della forza di taglio vale:

$$R = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = \sqrt{\left(\frac{M}{J_p^*} b\right)^2 + \left(\frac{V}{6} + \frac{M}{J_p^*} a\right)^2}$$

Con tale forza si applicheranno le formule di verifica in precedenza presentate per il taglio del gambo ed il rifollamento della lamiera.

4.2 - Unioni ad attrito

I bulloni, una volta inseriti nei fori, vengono serrati "adeguatamente" per impedirne lo svitamento. Tale operazione mette in trazione il gambo dei bulloni ed in compressione tra loro le lamiere dell'unione. Si instaura quindi, al sorgere della forza F di scorrimento, un attrito tra le lamiere stesse, attrito che si oppone, anche senza contare sulla resistenza al taglio del gambo dei bulloni, allo scorrimento.



In fig. 79a è rappresentato, a titolo d'esempio, il comportamento dell'unione con un solo bullone. Col crescere della forza F il grafico mostra l'andamento dello scorrimento γ . Vi è una prima fase in cui le forze vengono trasmesse esclusivamente per attrito e l'unione non presenta apprezzabili scorrimenti. L'estensione di questa prima fase dipende ovviamente dalla forza di serraggio e dal coefficiente d'attrito delle superfici a contatto. Superata la soglia dell'attrito di primo distacco, l'unione subisce un repentino "assenstamento" a causa del gioco del bullone nella sua sede (v. fase II), esaurito il quale il bullone risulta premuto contro le pareti del foro ed inizia a lavorare al taglio. La successiva fase III vede un comportamento lineare dell'unione fino al

limite elastico, oltre il quale si sviluppano i fenomeni di snervamento che preludono alla rottura dell'unione stessa.

Per un'unione con più bulloni (v. fig. 79b), la curva smorza le sue singolarità ed i limiti fra le fasi non risultano più così evidenti. Questo è dovuto soprattutto alla diversità casuale dei giochi dei bulloni nelle loro sedi, ed alla conseguente differenza fra i relativi stati di sollecitazione.

Nelle bullonature normali l'attrito non è utilizzato sistematicamente; nelle verifiche di stabilità lo si trascura e, supponendo senz'altro di trovarsi nella fase III dei diagrammi di fig. 79a-b, si esegue il calcolo secondo il metodo semplificato descritto nel precedente paragrafo. Secondo una tecnologia alternativa si impiegano invece i bulloni ad alta resistenza destinati a lavorare esclusivamente a trazione grazie alle forze di serraggio portate sistematicamente al limite della resistenza e rigorosamente controllate in fase esecutiva grazie all'impiego delle chiavi dinamometriche. Le unioni così fatte funzionano ad attrito come descritto in fig. 80, senza manifestare gli assestamenti propri di quelle che utilizzano bulloni normali.

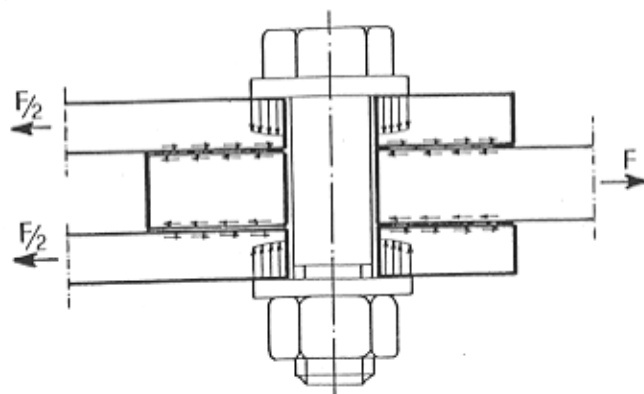


fig.80

I diagrammi di funzionamento appaiono come qualitativamente indicato nelle figg. 81a e 81b con riferimento ad un solo o a più bulloni. Il limite F_a del comportamento ad attrito è innalzato grazie alle forti forze di serraggio. Superato detto limite, le bullonature non hanno più ulteriori sensibili risorse di funzionamento a taglio, in quanto già prima i bulloni erano fortemente sollecitati a trazione.

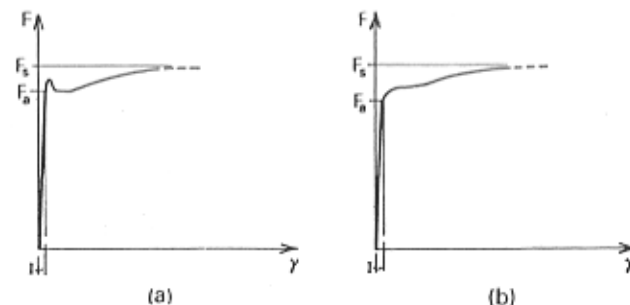


fig.81

Il coefficiente d'attrito μ fra le lamiere può variare notevolmente in base alle condizioni delle superfici a contatto. Nella tabella che segue sono riportati a titolo indicativo alcuni valori

- superfici spazzolate	$\mu = 0,51$
- superfici ossidate	$\mu = 0,48$
- superfici sabbiate	$\mu = 0,46$
- con scaglie da laminazione	$\mu = 0,30$
- superfici galvanizzate	$\mu = 0,26$
- superfici verniciate	$\mu = 0,14$

Si comprende come le parti degli elementi in acciaio interessate dalle unioni ad attrito debbano essere opportunamente preparate. Escludendo ovviamente la presenza della "ruggine", per avere il coefficiente $\mu = 0,45$ previsto dalle norme, le superfici devono essere pulite con spazzolatura o con sabbatura. In assenza di tali trattamenti il coefficiente d'attrito decade a $\mu = 0,30$. Non sono ammesse né la zincatura, né la verniciatura, che porterebbero a coefficienti μ ancora più bassi.

Il calcolo dell'unione ad attrito si esegue pertanto secondo la formula

$$F \leq n \mu N_b / \sqrt{V}$$

relativa ad un bullone serrato con una forza N_b ed a n superfici di attrito ($n = 2$ nel caso di fig. 80); \sqrt{V} è il coefficiente di sicurezza allo slittamento che vale $1,25 \div 1,10$.

Per indurre lungo l'asse del gambo la forza di trazione N_b , si deve applicare una coppia di serraggio M_S che, per la normale filettatura a passo grosso dei bulloni da carpenteria, può essere valutata come

$$M_S = 0,2 N_b \phi$$

Per le unioni ad attrito è previsto l'impiego dei bulloni ad alta resistenza delle classi 8G e 10K corrispondenti ad una tensione di snervamento σ_s rispettivamente di 6500 Kg/cm² e di 9000 Kg/cm². Le norme ammettono una forza di serraggio pari a

$$N_b = 0,8 \sigma_s A_n$$

essendo A_n l'area del nucleo del bullone.

La presenza di forze di trazione del tipo di quella rappresentata in fig. 76, diminuisce ovviamente la resistenza allo scorrimento perchè "decomprime" l'unione, scaricando le pressioni di contatto che inducono l'attrito fra le lamiera. Quando la forza di trazione, che qui diremo N , raggiunge il valore della forza di serraggio N_b , l'unione risulta totalmente decompressa e non può più contare sull'attrito. Da notare che, finchè sia $N \leq N_b$, la trazione nel gambo del bullone non varia sensibilmente (v. fig. 82).

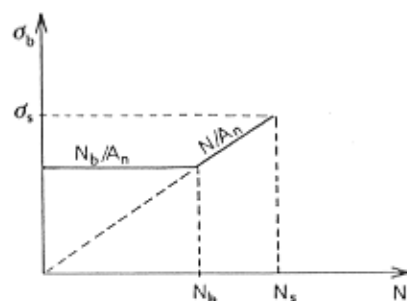


fig 82

Si ha infatti che, al crescere di N , diminuiscono in egual misura le pressioni scambiate sulle lamiera. Per $N > N_b$ si ha invece $\sigma_b = N/A_n$.

Quando l'unione è sollecitata contemporaneamente da una forza di scorrimento F e da una forza di trazione N , si tiene conto della diminuita resisten-

za per attrito con la formula

$$(91) \quad F \leq \frac{n \mu N_b}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{N}{N_b}\right)$$

Le norme prevedono in più che in ogni caso risulti

$$(91') \quad N \leq 0,8 N_b$$

Per quanto riguarda le altre verifiche delle unioni bullonate (al rifollamento, allo strappamento della lamiera e alla rottura delle sezioni indebolite dai fori) i termini dell'analisi si modificano sensibilmente.

Le norme estendono comunque le limitazioni sulle distanze dai bordi e fra i bulloni anche alle unioni per attrito, ed introducendo ancora una verifica "convenzionale" al rifollamento, portando il valore ammissibile della pressione nominale sulle pareti del foro a $2,5 \sigma_{am}$ (anzichè $2 \sigma_{am}$ come per i bulloni normali).

Identiche rimangono invece le modalità di analisi della distribuzione delle forze sui diversi bulloni di un'unione, come mostrato nell'ultimo punto del precedente paragrafo.

4.3 - Saldature a completa penetrazione

Per realizzare le unioni saldate fra i pezzi di acciaio occorre portare localmente a fusione il metallo. Ciò può avvenire con o senza apporto di nuovo materiale.

Le saldature ad arco, che sono le più impiegate nelle costruzioni in acciaio, utilizzano degli elettrodi di acciaio: tra questi e le parti da unire si innesca un arco voltaico che fonde l'elettrodo, fornendo il materiale d'apporto, e localmente anche il metallo base. Vi sono sostanzialmente tre procedimenti di saldatura ad arco:

- procedimento manuale con elettrodi rivestiti;
- procedimento automatico ad arco sommerso;
- procedimento semiautomatico sotto gas.

Il primo viene impiegato per le saldature in opera o per traccati irregolari; i secondi per produzioni d'officina su traccati regolari.

Le saldature a pressione non utilizzano materiale d'apporto: i pezzi vengono premuti uno contro l'altro e la fusione viene ottenuta per il riscaldamento da "effetto Joule" prodotto dalla corrente elettrica che passa fra le due parti. Tale procedimento viene utilizzato per particolari unioni, come la "puntatura" delle lamiere grecate sui profilati portanti di un impalcato o come la saldatura di testa dei "pioli" di collegamento fra travi in acciaio e solette collaboranti in cemento armato (v. capitolo 7). Le saldature a pressione non verranno trattate in quanto segue.

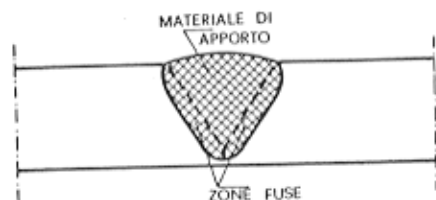


fig. 83

Le saldature ad arco sono di due tipi: a completa penetrazione e a cordoni laterali. Il primo tipo si realizza "smussando" preventivamente i lembi ac costati delle parti da unire e riempiendo l'incavo così ottenuto con il materiale d'apporto proveniente dall'elettrodo (v. per esempio fig. 83). Dopo la fusione la saldatura si raffredda inducendo nei pezzi un complesso stato di autotensioni, che vengono ignorate nel calcolo "convenzionale" presentato qui di seguito, ma che, come s'è già detto, hanno grande influenza sui fenomeni di fragilità e di fatica.

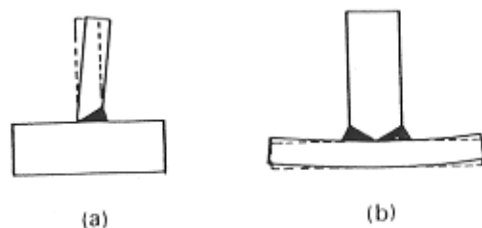


fig. 84

Oltre a questi effetti "statici" di resistenza, le saldature hanno sensibili effetti geometrici dovuti sempre alla contrazione del materiale che si raffredda. Avviene cioè che i pezzi si distorcono come qualitativamente semplificato in fig. 84. Per limitare queste distorsioni ed evi-

tare onerose lavorazioni di "raddrizzamento", servono soprattutto opportuni criteri progettuali, basati su limitati e regolari tracciati di saldatura, su adeguate rigidità delle parti da unire e su distribuzioni preferibilmente simmetriche.

L'analisi delle tensioni nei collegamenti saldati si presenta assai complessa, soprattutto se si tiene conto delle autotensioni. Nei casi correnti il problema viene semplificato attraverso un procedimento convenzionale che in sostanza salva l'equilibrio con le forze esterne trascurando la presenza delle autotensioni. Tale procedimento viene giustificato dai risultati delle prove e dall'ormai lunga esperienza applicativa, sempre che si osservino le opportune cautele contro la rottura fragile e contro la fatica (v. § A.4).

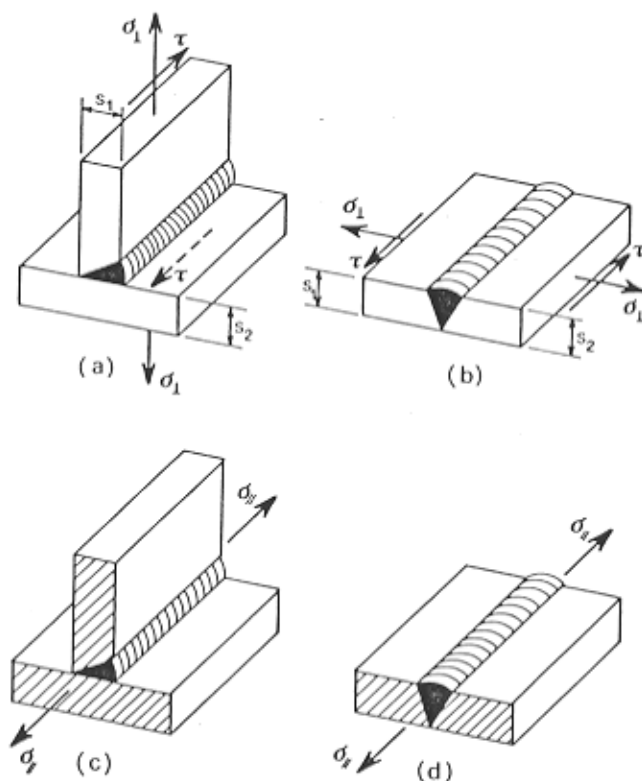


fig. 85

Nelle figg. 85 a-b sono rappresentati gli schemi delle tensioni che passano attraverso la saldatura da una parte all'altra dell'unione, rispettivamente per una saldatura d'angolo e per una saldatura di testa.

La tensione σ_{\perp} ortogonale allo sviluppo della saldatura tende ad allontanare reciprocamente le due parti dell'unione; la tensione τ tende a farle scorrere reciprocamente. Oltre a queste vi può essere una tensione σ_{\parallel} (v. figg. 85 c-d) che interessa la sezione trasversale della saldatura in quanto appartenente alla sezione globale della membratura (tratteggiata in figura). Nella valutazione di σ_{\perp} e τ , quale "spessore" s della saldatura si assume il minore fra gli spessori s_1 ed s_2 delle parti unite.

Per la verifica si assume la stessa ipotesi di plasticizzazione che per il materiale base:

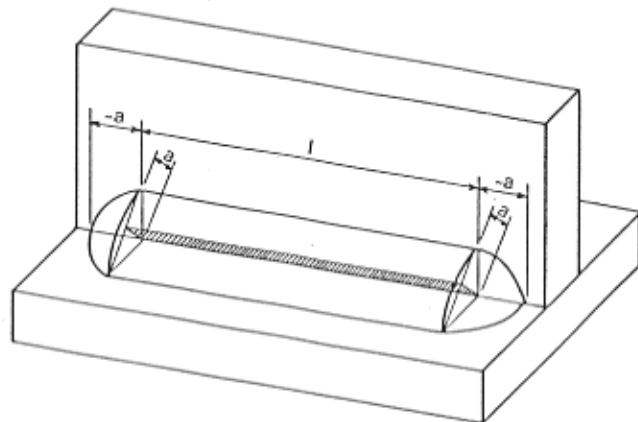
$$(92) \quad \sigma_{id} = \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + \sigma_{\parallel}^2 - \sigma_{\perp} \sigma_{\parallel} + 3\tau^2} \leq \sigma_{am}$$

Le norme distinguono saldature di I e II classe, in base soprattutto alla qualità; per le saldature di II classe il termine di confronto diventa $0,85 \sigma_{am}$.

4.4 - Saldature a cordoni laterali

Le saldature a cordoni laterali non richiedono alcuna lavorazione preventiva per smussare i bordi delle parti da unire. Si tratta di riempire

fig 86



con il materiale d'apporto l'angolo al contatto fra le parti, come indicato in fig. 86.

Il calcolo convenzionale si riferisce alla sezione di gola tratteggiata in figura, la cui larghezza corrisponde all'altezza del triangolo inscritto nella sezione trasversale del cordone, mentre la lunghezza l va valutata al netto degli eventuali crateri, dei tratti terminali cioè di dimensioni ridotte e irregolari.

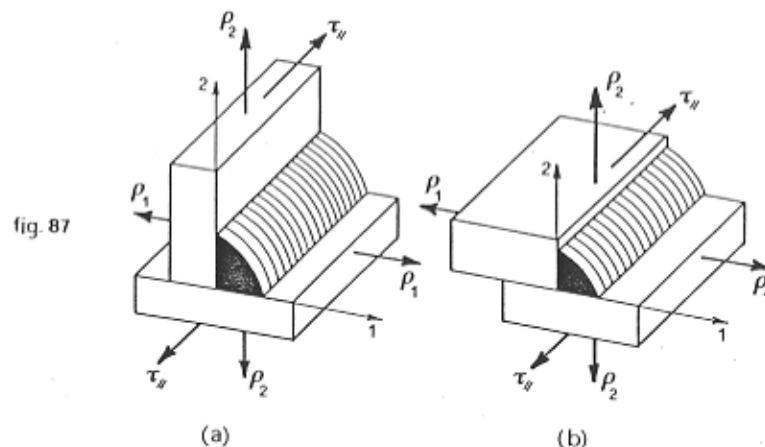


fig. 87

Nelle figg. 87 a-b sono rappresentate una saldatura d'angolo e una di testa con indicate le tensioni che passano attraverso la saldatura da una parte all'altra dell'unione. La tensione τ_{\parallel} tende a far scorrere reciprocamente le due parti; le tensioni $\sigma_{\perp 1}$ e $\sigma_{\perp 2}$ risultano inclinate rispetto alla gola del cordone e danno pertanto sulla sezione di calcolo della saldatura sia la componente normale σ_{\perp} sia quella tangenziale τ_{\perp} , come indicate nelle figg. 88 a-b. Se i bordi 1 e 2 sono ortogonali fra loro, si ha dunque

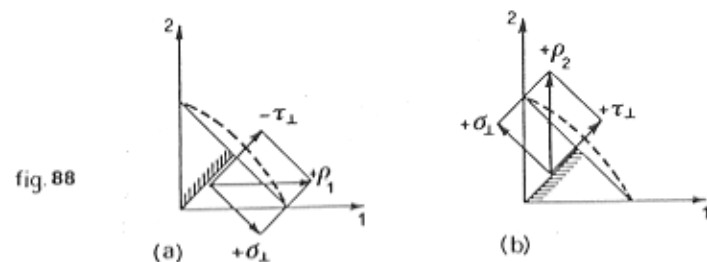
$$\sigma_{\perp} = \frac{\sigma_{\perp 1} + \sigma_{\perp 2}}{\sqrt{2}} \quad \tau_{\perp} = \frac{\sigma_{\perp 2} - \sigma_{\perp 1}}{\sqrt{2}}$$

L'ipotesi di plasticizzazione porta a

$$(93) \quad \sigma_{id} = \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_{am}$$

con $\tau^2 = \tau_{\parallel}^2 + \tau_{\perp}^2$, oppure

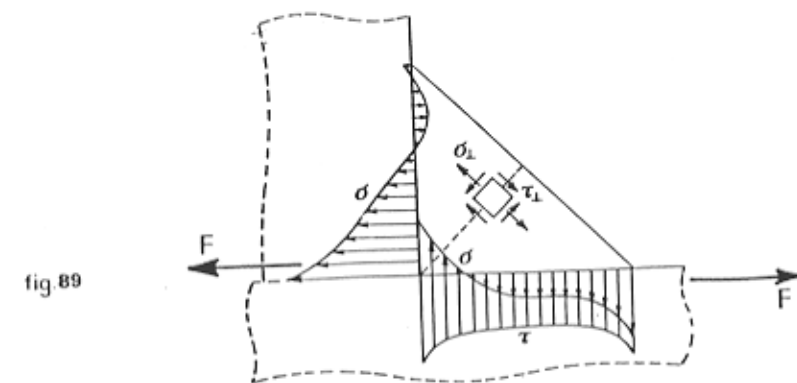
$$(93') \quad \sigma_{fd} = \sqrt{2(l_{11}^2 + l_{12}^2) - 2l_{11}l_{12} + 3\tau_{\parallel}^2} < \sigma_{am}$$



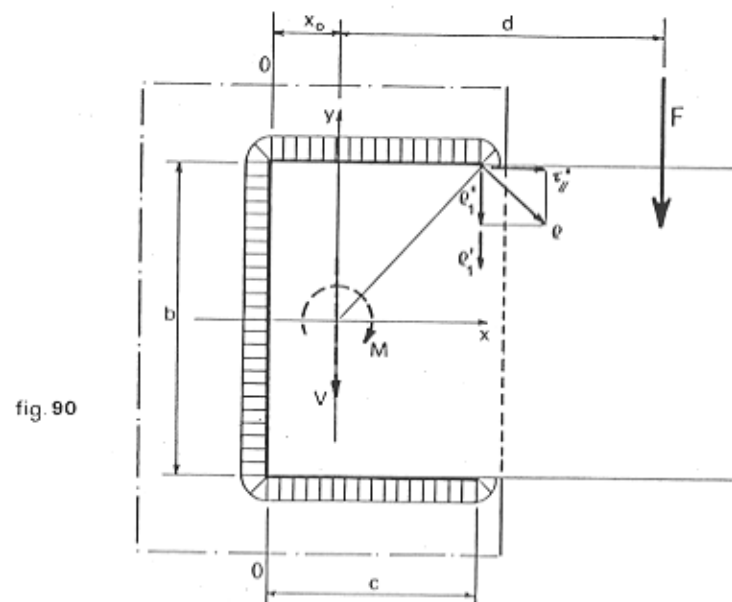
Le norme invero portano a formule alquanto diverse e differenziate in base al tipo (1 o 2) dell'acciaio.

Anche sulle saldature a cordoni laterali possono agire tensioni σ_{\parallel} del tipo di quelle rappresentate nelle figg. 85 c-d per le saldature a completa penetrazione. Le norme peraltro prevedono che tali tensioni non vengano considerate nei calcoli di verifica.

Il calcolo convenzionale comunque è alquanto approssimato, e non entra nel merito dell'analisi dell'effettiva distribuzione delle tensioni (v. per esempio fig. 89).



Il calcolo delle tensioni in un'unione saldata va effettuato con procedimenti scelti a caso per caso in base al tracciato ed al tipo di collegamento. Per vedere un esempio, si consideri l'unione di fig. 90. Tre tratti di saldatura a cordoni laterali collegano due piastre in modo da trasmettere una forza F dall'una all'altra parte dell'unione.



Si assume l'ipotesi che le lamiere, nella zona interessata dal collegamento, siano perfettamente rigide e si concentra l'elasticità sul tracciato delle saldature, considerandola isotropa e cioè di egual efficacia in tutte le direzioni. La saldatura viene schematizzata tramite gli spigoli di contatto e il suo tracciato viene così rappresentato dai tre segmenti rettilinei indicati a tratto grosso in figura. Di questa tracciato si calcolano le caratteristiche geometriche. Supponendo che tutti e tre i cordoni abbiano la stessa larghezza a di gola, si ha pertanto:

$$A = 2ac + ab$$

(area totale di calcolo della saldatura)

$$S = 2 ac (c/2)$$

(momento statico rispetto all'asse 0-0)

$$x_0 = S/A$$

(posizione del baricentro della saldatura)

$$J_x = 2 ac (b/2)^2 + ab^3/12$$

(momento d'inerzia attorno all'asse x-x)

$$J_y = 2 ac \left[c^2/12 + (c/2 - x_0)^2 \right] + ab (c-x_0)^2$$

(momento d'inerzia attorno all'asse y-y)

$$J_p = J_x + J_y$$

(momento d'inerzia polare -"torsionale"-)

Si trasporta la forza F sul baricentro della saldatura ottenendo una componente verticale.

$$V = F$$

e una componente torsionale

$$M = Fd$$

dirette come indicato in figura. La componente verticale dà una distribuzione costante di tensioni verticali pari a V/A . Sui tratti orizzontali tali tensioni sono:

$$\rho_1' = V/A$$

sul tratto verticale:

$$\tau_{II}' = V/A$$

La componente torsionale provoca una distribuzione di tensioni non costanti per direzione ed intensità. In ogni punto del tracciato di salda-

tura la tensione è diretta ortogonalmente al raggio che lo unisce al baricentro e di intensità proporzionale al raggio stesso. Limitandosi all'estremo superiore destro della saldatura che, assieme al punto simmetrico, è il più sollecitato, si ha:

$$\tau_{II}'' = \frac{M}{J_p} b/2$$

$$\rho_1'' = \frac{M}{J_p} (c-x_0)$$

Sommando le componenti verticali ρ_1' e ρ_1'' della tensione in quel punto, si ottiene finalmente:

$$\rho_1 = \rho_1' + \rho_1''$$

$$(\tau_{II} = 0 + \tau_{II}'')$$

Con ρ_1 e τ_{II} così valutate si applica per la verifica la (93').